



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
UNIDADE ACADÊMICA DO CABO DE SANTO AGOSTINHO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA FÍSICA



Victor Ádony Alves Santos

Propagação de padrões de *speckles* em meios não-lineares

Cabo de Santo Agostinho - PE
2025

Victor Ádony Alves Santos

Propagação de padrões de *speckles* em meios não-lineares

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Física da Universidade Federal Rural de Pernambuco como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Física.

Área de concentração: Optoeletrônica

Orientador: Prof. Dr. Rafael Alves de Oliveira

Coorientador: Prof. Dr. Weliton Soares Martins

Cabo de Santo Agostinho - PE

2025

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema Integrado de Bibliotecas da UFRPE
Biblioteca da UACSA, Cabo de Santo Agostinho - PE, Brasil.
Bibliotecária – Rosimeri Gomes Couto – CRB-4/1395

S237p Santos, Victor Ádony Alves.
Propagação de padrões de speckles em meios não-lineares. /
Victor Ádony Alves Santos. – Cabo de Santo Agostinho, 2025.
61 f. : il.

Orientador: Rafael Alves de Oliveira.
Coorientador: Weliton Santos Martins.
Dissertação (Pós-Graduação em Engenharia Física) –
Universidade Federal Rural de Pernambuco. Unidade Acadêmica
do Cabo de Santo Agostinho, 2025.
Inclui referência.

1. Feixe Gaussiano. 2. Óptica não-linear. 3. Feixe Top-Hat.
4. Efeito de Kerr. I. Oliveira, Rafael Alves de, orient. II. Martins,
Weliton Santos, coorient. III. Título.

CDD 621

VICTOR ÁDONY ALVES SANTOS

Propagação de padrões de *speckles* em meios não-lineares

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Física da Universidade Federal Rural de Pernambuco como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Física.

Data de aprovação: 30/07/2025.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Rafael Alves de Oliveira, UACSA, UFRPE
Orientador

Prof. Dr. Sérgio Vladimir Barreiro Degiorgi, UACSA, UFRPE
Examinador Interno

Prof. Dr. André de Lima Moura, IF/UFAL
Examinador Externo

“Nem tudo foi leve, mas tudo me levou.”

Anônimo

RESUMO

Este trabalho propõe uma análise da propagação de padrões de *speckles* em meios ópticos não-lineares com ênfase em regimes refrativos ou absorptivos, desconsiderando, no último caso, efeitos de refração não-linear. Utilizou-se como base a equação de propagação paraxial do campo elétrico e sua resolução numérica pelo método *Split-Step*, em combinação com perfis de feixe do tipo Gaussiano e *Top-Hat* suavizado. Os resultados obtidos revelam que diferentes regimes de absorção (linear, saturável de um fóton e de dois fótons) influenciam significativamente a função de autocorrelação de segunda ordem $g^{(2)}$, empregada aqui como ferramenta para medir a coerência espacial dos padrões. A absorção saturável de um fóton levou, por exemplo, ao aumento do contraste do padrão, enquanto a absorção de dois fótons intensificou a degradação deste contraste estatístico com o aumento da intensidade do campo incidente. A influência da envoltória do feixe de entrada também foi analisada, revelando que, apesar das diferenças na distribuição de intensidade entre os perfis Gaussiano e *Top-Hat* suavizado, os padrões transmitidos apresentaram comportamentos estatísticos qualitativamente semelhantes. No caso Gaussiano, a modulação da envoltória colabora com a estrutura de *speckles*, enquanto no *Top-Hat* os efeitos observados são devidos exclusivamente às flutuações do próprio padrão. Este estudo oferece uma caracterização precisa das transformações estatísticas sofridas por campos coerentes desordenados ao interagir com meios não-lineares, com potencial aplicação em imageamento óptico em meios turvos, controle estatístico de luz difusa e caracterização não invasiva de materiais sensíveis à luz.

Palavras-chave: speckles; óptica não-linear; autocorrelação; efeito Kerr; absorção não-linear.

ABSTRACT

This work proposes an analysis of the propagation of speckle patterns in nonlinear optical media, with emphasis on refractive or absorptive regimes, disregarding, in the latter case, nonlinear refraction effects. The paraxial propagation equation of the electric field and its numerical solution by the Split-Step method were used as a basis, in combination with input beam profiles of the Gaussian and smoothed Top-Hat types. The results obtained reveal that different absorption regimes (linear, saturable one-photon, and two-photon) significantly influence the second-order autocorrelation function $g^{(2)}$, employed here as a tool to measure the spatial coherence of the patterns. Saturable one-photon absorption, for example, led to an increase in pattern contrast, whereas two-photon absorption intensified the degradation of this statistical contrast as the intensity of the incident field increased. The influence of the input beam envelope was also analyzed, revealing that despite differences in the intensity distribution between Gaussian and smoothed Top-Hat profiles, the transmitted patterns exhibited qualitatively similar statistical behavior. In the Gaussian case, the envelope modulation collaborates with the speckle structure, while in the Top-Hat case, the observed effects are solely due to fluctuations of the pattern itself. This study provides an accurate characterization of the statistical transformations undergone by disordered coherent fields when interacting with nonlinear media, with potential applications in optical imaging in turbid media, statistical control of diffuse light, and non-invasive characterization of light-sensitive materials.

Keywords: speckles; nonlinear optics; self-correlation; Kerr effect; nonlinear absorption.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1:	Modulação da frente de onda de um feixe Gaussiano devido ao efeito de (a) autofocalização e (b) autodesfocalização	17
Figura 2:	Representação esquemática da absorção de um fóton	18
Figura 3:	Representação esquemática da absorção de dois fótons	19
Figura 4:	Representação esquemática para o método Z-Scan fenda aberta	21
Figura 5:	Representação esquemática para o método Z-Scan fenda fechada	22
Figura 6:	Representação de um Perfil Gaussiano	23
Figura 7:	Representação da Propagação de um Feixe Gaussiano	24
Figura 8:	Representação de um Perfil <i>Top-Hat</i>	24
Figura 9:	Representação de um Perfil <i>Top-Hat</i> Suave com $n = 20$	25
Figura 10:	Origem física do padrão de <i>speckles</i> para:	26
Figura 11:	Representação de um padrão de <i>speckles</i> gerado a partir de um Feixe Gaussiano	26
Figura 12:	Distribuições de probabilidade da intensidade normalizada I/I_0 obtidos a partir de dois perfis de feixe distintos	30
Figura 13:	Diagrama de fluxo para o método do <i>Split-Step</i>	38
Figura 14:	Arranjo experimental utilizado para os experimentos de propagação não-linear de padrões de <i>speckles</i>	39
Figura 15:	Representação de um perfil de intensidade do tipo:	40
Figura 16:	Perfil transversal de um padrão de <i>speckles</i> gerado a partir de um:	41
Figura 17:	Propagação de um padrão de <i>speckles</i> a partir de um feixe Gaussiano em meio com:	43
Figura 18:	Máximo da autocorrelação na imagem formada no final da célula em função da intensidade média de entrada para uma propagação puramente refrativa com um meio de índice de refração linear	45
Figura 19:	Máximo da autocorrelação na imagem formada no final da célula em função da intensidade média de entrada para uma propagação puramente refrativa com um meio de índice de refração linear	45
Figura 20:	Máximo da autocorrelação na imagem formada no final da célula em função da intensidade média de entrada para uma propagação com absorção linear com um padrão de <i>speckles</i> gerado a partir de uma:	46

Figura 21:	Representação comparativa dos efeitos de absorção nos perfis de intensidade dos feixes Gaussiano (preto) e <i>Top-Hat</i> suave (azul). As expressões indicadas no gráfico correspondem às diferentes regiões de absorção do meio: a absorção linear é caracterizada pelo coeficiente α_0 , enquanto a absorção com saturação de um fóton é descrita pela relação $\frac{\alpha_0}{1+\frac{I}{I_{s1}}}$. O parâmetro I_{s1} representa o limiar de intensidade acima do qual o processo de saturação torna-se relevante	48
Figura 22:	Máximo da autocorrelação na imagem formada no final da célula em função da intensidade média de entrada para uma propagação com absorção com saturação de um fóton com um padrão de <i>speckles</i> gerado a partir de uma:	49
Figura 23:	Máximo da autocorrelação na imagem formada no final da célula em função da intensidade média de entrada para uma propagação com absorção de dois fótons com um padrão de <i>speckles</i> gerado a partir de uma:	51
Figura 24:	Máximo da autocorrelação na imagem formada no final da célula em função da intensidade média de entrada para uma propagação com absorção de dois fótons com saturação com um padrão de <i>speckles</i> gerado a partir de uma:	53

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	12
2.1	ÓPTICA LINEAR E NÃO-LINEAR	13
2.1.1	Equações de Propagação	14
2.1.2	Efeito Kerr	15
2.2	AUTOFOCALIZAÇÃO E AUTODESFOCALIZAÇÃO EM MEIOS KERR . .	16
2.2.1	Autofocalização	16
2.2.2	Autodesfocalização	17
2.3	ABSORÇÃO DE UM E DOIS FÓTONS E ABSORÇÃO COM SATURAÇÃO	18
2.3.1	Absorção de Um Fóton	18
2.3.2	Absorção de Dois Fótons	19
2.3.3	Absorção Saturável	19
2.4	TÉCNICA Z-SCAN	20
2.5	PERFIS DE FEIXE: GAUSSIANO E <i>TOP-HAT</i>	23
2.5.1	Feixe Gaussiano	23
2.5.2	Feixe <i>Top-Hat</i> Ideal	24
2.5.3	Feixe <i>Top-Hat</i> Suavizado	25
2.6	PADRÕES DE <i>SPECKLES</i>	25
2.6.1	Propriedades Estatísticas dos <i>Speckles</i>	27
3	PROPAGAÇÃO DE PADRÕES DE <i>SPECKLES</i> EM MEIO NÃO-LINEAR	33
3.1	EQUAÇÃO DE PROPAGAÇÃO	33
3.2	MÉTODO <i>SPLIT-STEP</i> PARA PROPAGAÇÃO DE FEIXES	36
3.3	ARRANJO EXPERIMENTAL	38
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	42
4.1	PROPAGAÇÃO PURAMENTE REFRATIVA	42
4.2	PROPAGAÇÃO COM ABSORÇÃO LINEAR	46
4.3	PROPAGAÇÃO COM ABSORÇÃO COM SATURAÇÃO DE UM FÓTON .	48
4.4	PROPAGAÇÃO COM ABSORÇÃO DE DOIS FÓTONS	50
4.5	PROPAGAÇÃO COM ABSORÇÃO DE DOIS FÓTONS COM SATURAÇÃO	52
5	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS	56
	REFERÊNCIAS	59

1 INTRODUÇÃO

A propagação de feixes ópticos em meios não-lineares constitui um dos pilares da óptica moderna, com repercussões diretas em áreas como comunicações ópticas, controle de luz em meios desordenados e caracterização de materiais avançados. Desde os trabalhos clássicos de Agrawal (2013), que consolidaram os fundamentos da óptica não-linear em fibras ópticas e meios contínuos, avanços significativos vêm sendo alcançados tanto em regimes refrativos quanto absorptivos. Em particular, o estudo de feixes com estruturas espaciais complexas, como os padrões de *speckles*, tem revelado novos caminhos para explorar a interação entre a luz parcialmente coerente e a resposta não-linear do meio.

Padrões de *speckles*, formados a partir da interferência de frentes de onda coerentes transmitidas ou refletidas por meios desordenados, exibem uma distribuição estatística de intensidade altamente granular. Essa estrutura desordenada, que pode ser descrita por métodos estatísticos como os propostos por Goodman (2020) e Freund (1990), é particularmente sensível a perturbações no meio de propagação. Por essa razão, os *speckles* tornaram-se uma ferramenta poderosa para o estudo de coerência óptica, difração e propagação em meios espalhadores e não-lineares. A granularidade e o contraste característicos desses padrões permitem que pequenas alterações nos mecanismos de absorção ou refração do meio sejam amplificadas e detectadas com alta sensibilidade.

Entre as ferramentas teóricas e experimentais para a análise desses padrões, destaca-se a autocorrelação de segunda ordem da intensidade, $g^{(2)}$, que fornece informações sobre o grau de desordem e coerência do campo óptico. Estudos como o de Bromberg *et al.* (2010) demonstraram experimentalmente que, ao atravessar um meio com não-linearidade refrativa, padrões de *speckles* podem exibir modificações sistemáticas em sua função de autocorrelação. Mais recentemente, Pereira (2023) investigou como diferentes regimes de absorção linear, saturada de um fóton e de dois fótons afetam a evolução espacial desses padrões, mesmo na ausência de efeitos refrativos não-lineares.

Neste contexto, o presente trabalho propõe uma análise numérica detalhada da propagação de padrões de *speckles* em meios puramente refrativos ou absorptivos sem contribuição de efeitos refrativos não-lineares. Utilizando feixes com perfis de envoltória Gaussiano e *Top-Hat* como campos de entrada, busca-se compreender como as estatísticas espaciais do campo, em especial o valor máximo da função de autocorrelação $g_{\text{self}}^{(2)}$, são afetadas por diferentes mecanismos de absorção e refração ao longo da propagação.

Mais especificamente, este estudo tem os seguintes objetivos: (i) comparar os resultados numéricos com os dados experimentais obtidos por Pereira (2023), em

meios com absorção linear e não-linear saturável, mas sem refração não-linear; (ii) investigar o comportamento da autocorrelação em função da intensidade média do padrão de entrada, inspirando-se nas análises de Bromberg *et al.* (2010) em meios puramente refrativos; e (iii) comparar os efeitos de diferentes perfis de envoltória, Gaussiano e *Top-Hat*, na formação e evolução dos padrões de *speckles*, com foco no contraste, granularidade e estrutura estatística do campo transmitido.

A dissertação está estruturada da seguinte forma: inicialmente, apresenta-se uma revisão dos conceitos fundamentais de óptica linear e não-linear, abordando os processos de absorção relevantes e a estatística dos padrões de *speckles*. Em seguida, descreve-se a metodologia computacional utilizada para simular a propagação óptica em meios absorptivos com diferentes regimes de saturação. Por fim, são discutidos os resultados obtidos a partir das simulações, com especial atenção à análise gráfica do comportamento da autocorrelação e à interpretação física dos mecanismos envolvidos.

Além de fornecer uma melhor compreensão teórica da propagação de campos ópticos em meios não-lineares, os resultados aqui obtidos podem ter aplicações práticas em áreas como imageamento óptico em meios turvos (Vellekoop; Mosk, 2007), otimização de diagnósticos baseados em *speckles* (Azarmehr *et al.*, 2020) e controle estatístico de campos coerentes em ambientes complexos (Hsu *et al.*, 2017)

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A interação entre a luz e a matéria é uma das áreas mais consolidadas e, ao mesmo tempo, mais dinâmicas da física moderna. A descrição dessa interação pode ser dividida em dois regimes principais: a óptica linear e a óptica não-linear. A resposta óptica linear ocorre em baixas intensidades, quando o campo elétrico do feixe incidente é menor que o campo interatômico (campo interno que liga os elétrons ao núcleo). Nesse regime, a polarização do material é diretamente proporcional ao campo aplicado e podem ser observados fenômenos como a refração e absorção, bem descritos por soluções analíticas das equações de Maxwell em meios lineares.

Contudo, com o avanço tecnológico e a disponibilidade de lasers de alta intensidade e curta duração temporal, tornou-se possível explorar regimes nos quais a resposta do meio depende de forma não-linear do campo elétrico. Surge então a óptica não-linear, na qual a polarização induzida no material passa a conter termos de ordem superior em relação ao campo elétrico aplicado. Este regime dá origem a uma série de fenômenos físicos, como a geração de harmônicos (Khan *et al.*, 2002) e a absorção de múltiplos fótons (Zhou *et al.* 2021), sendo o Efeito Kerr um dos mais relevantes.

O Efeito Kerr é um fenômeno de terceira ordem no qual o índice de refração do material torna-se dependente da intensidade luminosa. Essa dependência leva a uma série de efeitos observáveis, tais como a autofocalização e autodesfocalização de feixes, os sólitons espaciais e o aparecimento de não-linearidades na propagação da luz (Chung, 2011). Em paralelo, outro processo de ordem superior que emerge nesse contexto é a absorção de dois fótons, um fenômeno essencial para a descrição da interação entre campos ópticos intensos e materiais que, em condições normais, não apresentam absorção linear naquela faixa espectral. De maneira semelhante, a absorção saturável, onde a capacidade de um material de absorver fótons atinge um limite com o aumento da intensidade luminosa, também surge em sistemas não-lineares, afetando a propagação da luz.

A caracterização experimental dos coeficientes ópticos não-lineares, entre eles o índice de refração não-linear (n_{2l}) e o coeficiente de absorção de dois fótons, ou coeficiente de absorção não-linear (α_2), pode ser realizada por meio de diferentes técnicas, sendo uma das mais difundidas e eficazes o método Z-scan, proposto por Sheik-Bahae *et al.* (1990). Essa técnica permite, utilizando apenas um feixe laser e uma varredura ao longo do eixo de propagação do feixe, obter simultaneamente informações sobre os parâmetros de absorção e refração não-linear de um material, com grande precisão e relativa simplicidade experimental.

Para garantir a confiabilidade e a precisão das medições na técnica Z-scan, é fundamental o conhecimento preciso do perfil espacial do feixe utilizado. O feixe

gaussiano é o mais comumente empregado, devido à sua descrição analítica simples e à sua geração natural por lasers bem colimados. Em alguns casos, no entanto, perfis do tipo *top-hat*, com distribuição uniforme de intensidade sobre uma região finita, são preferidos por suas propriedades de homogeneidade (Zhao; Palffy-Muhoray, 1994; Gu; Wang, 2006), principalmente em processos de escrita óptica (Bonse *et al.*, 2002).

Além da descrição determinística dos perfis de intensidade, aspectos estatísticos da propagação da luz também ganham relevância, especialmente quando se considera a formação de padrões de interferência aleatórios, conhecidos como *speckles* (Dainty, 1984). Esses padrões surgem devido à interferência coerente de ondas espalhadas por superfícies rugosas ou meios desordenados, sendo comuns em experimentos de espalhamento múltiplo ou em propagação em meios difusos. A análise estatística dos *speckles* permite investigar propriedades da coerência e realizar a caracterização de propriedades ópticas.

No contexto dessa análise estatística, é essencial a consideração das funções de correlação de primeira e segunda ordem, que descrevem respectivamente a coerência do campo elétrico e a intensidade do campo. Tais ferramentas são fundamentais para compreender a estrutura estatística da luz, possibilitando a caracterização de suas propriedades temporais e espaciais, além de viabilizar a análise de fenômenos complexos em óptica clássica e quântica.

Dessa forma, este capítulo apresenta uma revisão teórica dos principais conceitos envolvidos na óptica linear e não-linear, com foco na absorção de um e dois fótons e na absorção com saturação, no Efeito Kerr, e na técnica Z-scan. Em seguida, discutem-se os perfis de feixe utilizados em experimentos ópticos, como o feixe gaussiano e o *top-hat*, finalizando com uma revisão dos fundamentos físicos e estatísticos dos *speckles*, abordando as estatísticas de primeira e segunda ordem aplicadas à caracterização da luz.

2.1 ÓPTICA LINEAR E NÃO-LINEAR

No regime linear, a resposta do meio à radiação eletromagnética é independente da intensidade do campo, de modo que propriedades ópticas como o índice de refração permanecem constantes mesmo com variações na intensidade luminosa. No entanto, quando a intensidade do feixe aumenta e o campo elétrico da luz torna-se comparável ao campo interatômico, a resposta do material deixa de ser harmônica. Nesse regime de altas intensidades, a polarização passa a incluir termos de ordem superior ao linear, surgindo fenômenos como variação do índice de refração, geração de harmônicos e absorção de múltiplos fótons.

Para compreender e modelar esses regimes de forma precisa, é essencial recorrer às equações de propagação derivadas das equações de Maxwell, que fornecem a base teórica para descrever como os campos eletromagnéticos evoluem em meios

materiais, tanto lineares quanto não-lineares.

2.1.1 Equações de Propagação

As equações de Maxwell constituem a base da eletrodinâmica clássica e descrevem o comportamento dos campos elétrico e magnético em diversos meios. Para a análise da propagação da luz, considera-se a luz como uma onda eletromagnética, cuja evolução no espaço e no tempo pode ser obtida a partir dessas equações fundamentais. No vácuo ou em meios dielétricos não condutores, as equações de Maxwell assumem a forma:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0 \quad (1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (2)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (4)$$

onde, \vec{D} , \vec{B} , \vec{E} e \vec{H} são, respectivamente, o vetor deslocamento elétrico, a indução magnética, o campo elétrico e o campo magnético. Considerando um meio dielétrico isotrópico, as relações constitutivas são dadas por:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (5)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad (6)$$

onde \vec{P} é a polarização induzida. Substituindo essas expressões nas equações de Maxwell e aplicando a identidade vetorial $\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E}$, obtém-se a equação de onda para o campo elétrico:

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} \quad (7)$$

Em regimes de baixa intensidade luminosa, a polarização do meio \vec{P} responde linearmente ao campo elétrico aplicado:

$$\vec{P}(t) = \varepsilon_0 \chi^{(1)} \vec{E}(t) \quad (8)$$

onde $\chi^{(1)}$ é a susceptibilidade elétrica linear do meio. Quando a intensidade do campo elétrico aumenta significativamente, como ocorre na interação com pulsos de laser, a resposta do meio se torna não-linear. Nesses casos, a polarização pode ser expressa como uma série de potências do campo elétrico:

$$\vec{P}(t) = \varepsilon_0 \left[\chi^{(1)} \vec{E}(t) + \chi^{(2)} \vec{E}^2(t) + \chi^{(3)} \vec{E}^3(t) + \dots \right] \quad (9)$$

A presença de termos de ordem superior estende a equação de propagação, permitindo a descrição de fenômenos como geração de segundo harmônico, mistura de frequências, autofocalização e absorção de múltiplos fótons.

2.1.2 Efeito Kerr

Como foi visto, em sistemas ópticos não-lineares, a resposta do meio ao campo elétrico incidente envolve contribuições de ordens superiores da susceptibilidade elétrica. Entretanto, quando o meio apresenta simetria de inversão, isto é, é centrosimétrico, os termos de segunda ordem $\chi^{(2)}$ desaparecem por imposições de simetria. Nessa classe de materiais, o termo dominante na expansão da polarização não-linear é a susceptibilidade de terceira ordem, $\chi^{(3)}$, caracterizando os chamados meios do tipo Kerr (Boyd, 2008; Shen, 1984).

De acordo com Ocas (2021), neste regime, a parte real de $\chi^{(3)}$ contribui para a variação do índice de refração com a intensidade da luz, enquanto a parte imaginária está relacionada a processos de absorção óptica não-linear, como a absorção de dois fótons. Tais efeitos tornam-se particularmente relevantes quando o campo elétrico aplicado atinge intensidades suficientemente altas. Para facilitar a análise teórica, assume-se um campo elétrico monocromático, representado por:

$$\hat{E}(t) = E e^{-i\omega t} + \text{c.c.} \quad (10)$$

onde E é a amplitude do campo não dependente do tempo. Com base nessa representação, e considerando os efeitos lineares e não-lineares até a terceira ordem, a polarização induzida no meio, na frequência ω , pode ser expressa como:

$$\hat{P}(\omega) = \varepsilon_0 \left[\chi^{(1)}(\omega) + \frac{3}{4} \chi^{(3)}(\omega) |E|^2 \right] E \quad (11)$$

Essa expressão mostra que a resposta do meio passa a depender da intensidade do campo elétrico, caracterizando o comportamento não-linear do material. O termo $|E|^2 E$, associado à susceptibilidade $\chi^{(3)}$, introduz efeitos como variações no índice de refração e na transmitância do meio em função da intensidade do feixe incidente. Nessas condições, o índice de refração passa a ser expresso por:

$$n = n_0 + n_{2I} I \quad (12)$$

onde, n_0 representa o índice de refração linear, I é a intensidade da luz e n_{2I} é o coeficiente não-linear associado ao efeito Kerr. Essa dependência da intensidade modifica significativamente a propagação do feixe óptico, provocando variações no perfil de fase e fenômenos como autofocalização ou autodesfocalização.

2.2 AUTOFOCALIZAÇÃO E AUTODESFOCALIZAÇÃO EM MEIOS KERR

Analisando a equação (12), pode-se ver que o sinal do coeficiente n_2 determina qualitativamente o comportamento do feixe durante sua propagação no meio: valores positivos conduzem a um aumento do índice com a intensidade, enquanto valores negativos resultam em uma diminuição.

Essa variação espacial do índice de refração, intrinsecamente ligada ao perfil transversal da intensidade do feixe, cria uma modulação efetiva que pode ser interpretada como uma lente criada pelo próprio feixe, dando origem aos fenômenos conhecidos como autofocalização e autodesfocalização.

2.2.1 Autofocalização

Quando o coeficiente n_2 é positivo, as regiões centrais do feixe, onde a intensidade é maior, exibem um índice de refração localmente superior em relação às áreas periféricas, como pode ser visto na Figura 1a. Esse gradiente refrativo atua como uma lente convergente induzida, que promove a contração espacial do feixe conforme ele se propaga. Sob a aproximação da envoltória lentamente variante (*Slowly Varying Envelope Approximation* – SVEA), o campo elétrico pode ser escrito como:

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \cdot A(x, y, z) e^{i(kz - \omega t)} \hat{e} + \text{c.c.} \quad (13)$$

em que $A(x, y, z)$ é a envoltória complexa do campo, assumida como uma função que varia lentamente no espaço em comparação com a fase rápida $e^{i(kz - \omega t)}$, e \hat{e} é o vetor unitário de polarização (considerado constante ao longo da propagação). Essa decomposição permite separar os efeitos rápidos e lentos na propagação do campo, viabilizando o uso de equações simplificadas para estudar a dinâmica da envoltória A em meios ópticos lineares ou não-lineares. A dinâmica da propagação do envelope do campo elétrico $A(\mathbf{r}_\perp, z)$ pode ser modelada pela equação de Schrödinger não-linear, na aproximação paraxial:

$$i \frac{\partial A}{\partial z} + \frac{1}{2k} \nabla_\perp^2 A + kn_2 |A|^2 A = 0, \quad (14)$$

onde $k = \frac{2\pi n_0}{\lambda}$ é o número de onda no meio, ∇_\perp^2 representa o operador Laplaciano transversal, e z é a coordenada na direção da propagação.

O termo não-linear, proporcional a $|A|^2 A$, modifica a fase do campo em função da intensidade, o que pode levar a um aumento da concentração do feixe. Para feixes gaussianos, a intensidade crítica necessária para que a autofocalização ocorra pode ser aproximada por

$$I_{cr} = \frac{\alpha \lambda^2}{4\pi n_0 n_2}, \quad (15)$$

onde α é um fator que depende do perfil do feixe, tipicamente próximo de 1,8 para feixes gaussianos.

À medida que a intensidade de um feixe de luz aumenta, ela provoca um aumento no índice de refração local do material por onde a luz está passando. Esse aumento no índice de refração faz com que a luz se concentre mais na região em questão, já que a luz tende a se propagar mais devagar em áreas de maior índice de refração. Esse processo cria um ciclo contínuo: conforme a intensidade da luz aumenta, o índice de refração também cresce, fazendo o feixe se concentrar ainda mais. Esse ciclo segue até que fatores limitantes externos, como a difração (que espalha a luz) ou efeitos dissipativos (que causam perdas de energia), intervenham para interromper esse processo de autofocalização.

2.2.2 Autodesfocalização

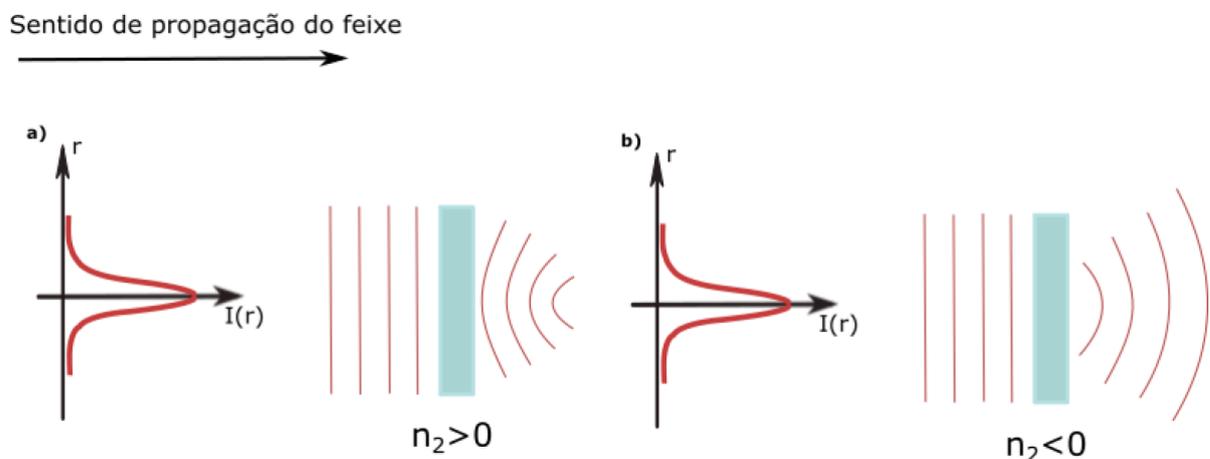
Por outro lado, quando o coeficiente n_2 é negativo, o índice de refração diminui nas regiões de maior intensidade, o que configura um perfil efetivo de lente divergente. Esse cenário provoca uma dispersão ou expansão do feixe no plano transversal ao longo da propagação, apresentado na Figura 1b.

A equação que descreve este caso é similar à anterior, porém com o sinal invertido na contribuição não-linear:

$$i \frac{\partial A}{\partial z} + \frac{1}{2k} \nabla_{\perp}^2 A - k |n_2| |A|^2 A = 0. \quad (16)$$

A autodesfocalização age como um mecanismo que contraria o efeito da difração, ampliando ainda mais o feixe e diminuindo sua intensidade máxima, estabilizando assim a propagação e prevenindo colapsos.

Figura 1: Modulação da frente de onda de um feixe Gaussiano devido ao efeito de (a) autofocalização e (b) autodesfocalização



Fonte: Pereira, 2023.

O comportamento de um feixe óptico em um meio Kerr pode ser compreendido como resultado da interação entre a difração linear, que tende a alargar o feixe, e os efeitos da não-linearidade, que podem tanto focar quanto desfocar o feixe.

No caso de autofocalização ($n_2 > 0$), a não-linearidade pode compensar a difração, podendo até formar modos autoestabilizados conhecidos como solitons espaciais, que mantêm seu formato ao longo da propagação.

Quando a não-linearidade é autodesfocalizante ($n_2 < 0$), a difração e o efeito não-linear se somam, promovendo um espalhamento ainda maior do feixe.

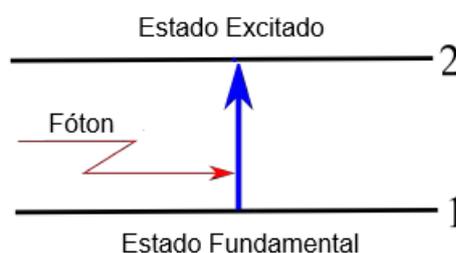
2.3 ABSORÇÃO DE UM E DOIS FÓTONS E ABSORÇÃO COM SATURAÇÃO

A absorção de fótons está relacionada à capacidade de um sistema físico, como átomos, moléculas ou semicondutores, de capturar a energia de fótons incidentes, promovendo transições eletrônicas entre estados quânticos distintos. Dependendo da intensidade da luz, da estrutura do meio e do regime de excitação, essa absorção pode ocorrer via interação com um único fóton ou com múltiplos fótons simultaneamente, como no caso da absorção de dois fótons.

2.3.1 Absorção de Um Fóton

A absorção de um único fóton é o mecanismo mais comum em regimes de óptica linear. Nesse processo, um fóton cuja energia corresponde exatamente à diferença entre dois estados de energia do sistema interage com uma partícula e promove sua transição de um nível inferior (estado fundamental) para um nível superior (estado excitado) (Figura 2).

Figura 2: Representação esquemática da absorção de um fóton



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Esse tipo de absorção é altamente seletivo em frequência: somente fótons com energia igual à separação entre os estados quânticos serão absorvidos eficientemente. Tal seletividade é amplamente explorada em técnicas espectroscópicas, permitindo a identificação de substâncias com base em seus espectros de absorção.

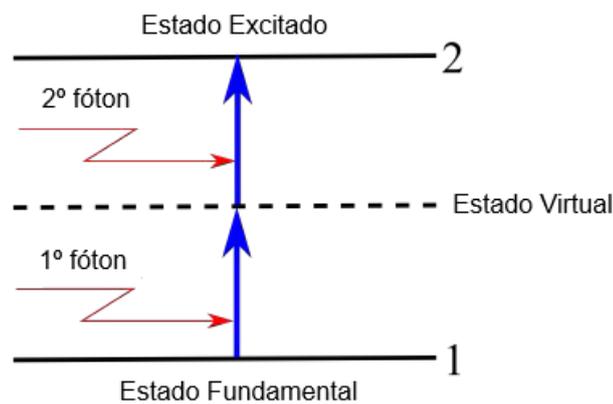
Como esse é um processo linear, a taxa de absorção é diretamente proporcional à intensidade da luz. Isso significa que o aumento da intensidade do feixe luminoso

resulta em um aumento proporcional do número de transições induzidas por unidade de tempo. A absorção de um fóton ocorre ao longo de todo o caminho óptico percorrido pela luz, desde que haja fótons com energia adequada e estados disponíveis para excitação.

2.3.2 Absorção de Dois Fótons

A absorção de dois fótons, por sua vez, é um processo inerentemente não-linear. Nesse mecanismo, dois fótons de menor energia interagem simultaneamente com o sistema, de modo que a soma de suas energias seja suficiente para promover a transição eletrônica desejada. Mesmo que cada fóton individualmente não possua energia suficiente para excitar o sistema, a combinação de dois fótons pode suprir essa diferença energética, como mostra a figura 3.

Figura 3: Representação esquemática da absorção de dois fótons



Fonte: Ocas, 2021 (Tradução própria).

A probabilidade de absorção de dois fótons cresce quadraticamente com a intensidade da luz. Isso significa que esse tipo de absorção ocorre, de forma significativa, apenas nas regiões mais intensas do feixe óptico. Esse comportamento não-linear também está relacionado à absorção saturável, um processo em que a capacidade de um material de absorver luz atinge um limite à medida que a intensidade aumenta, o que será explorado em mais detalhes a seguir.

2.3.3 Absorção Saturável

A absorção saturável é um fenômeno típico de meios não-lineares em que o coeficiente de absorção óptica depende da intensidade da luz incidente. Esse efeito surge em materiais onde a probabilidade de absorção de fótons diminui à medida que o nível de excitação dos átomos ou moléculas atinge a saturação. Em baixas intensidades, o meio apresenta absorção linear; contudo, à medida que a intensidade aumenta, o número de estados fundamentais disponíveis para absorção diminui, levando

à saturação da absorção.

Fisicamente, esse processo ocorre quando a transição atômica atinge o limite de transferência de átomos, de forma que a população disponível para absorver novos fótons se reduz. Como consequência, a absorção total do meio decresce com o aumento da intensidade da luz. Matematicamente, a absorção saturável pode ser descrita por um modelo fenomenológico que relaciona o coeficiente de absorção efetivo à intensidade da luz. De acordo com Boyd (2008), a relação típica é dada por:

$$\alpha(I) = \frac{\alpha_0}{1 + \frac{I}{I_{\text{sat}}}}, \quad (17)$$

em que $\alpha(I)$ é o coeficiente de absorção dependente da intensidade, α_0 é o coeficiente de absorção linear (para $I \ll I_{\text{sat}}$), I é a intensidade da luz incidente e I_{sat} é a intensidade de saturação de transição.

Essa equação indica que, para intensidades muito menores do que I_{sat} , a absorção é aproximadamente linear ($\alpha(I) \approx \alpha_0$), enquanto que para intensidades muito maiores ($I \gg I_{\text{sat}}$), o coeficiente de absorção decresce inversamente com a intensidade ($\alpha(I) \propto 1/I$).

Na prática, o efeito de absorção saturável pode levar ao aumento da transmitância do material com a intensidade, comportamento oposto ao observado na absorção de múltiplos fótons, como a absorção de dois fótons, onde a absorção cresce com a intensidade. Esses efeitos podem ser analisados de maneira eficiente por meio da técnica Z-scan, que permite investigar as propriedades ópticas não-lineares de materiais, como a saturação da absorção e a resposta a intensidades elevadas. A Z-scan é, portanto, uma ferramenta crucial para estudar as interações ópticas em materiais sob condições de alta intensidade.

2.4 TÉCNICA Z-SCAN

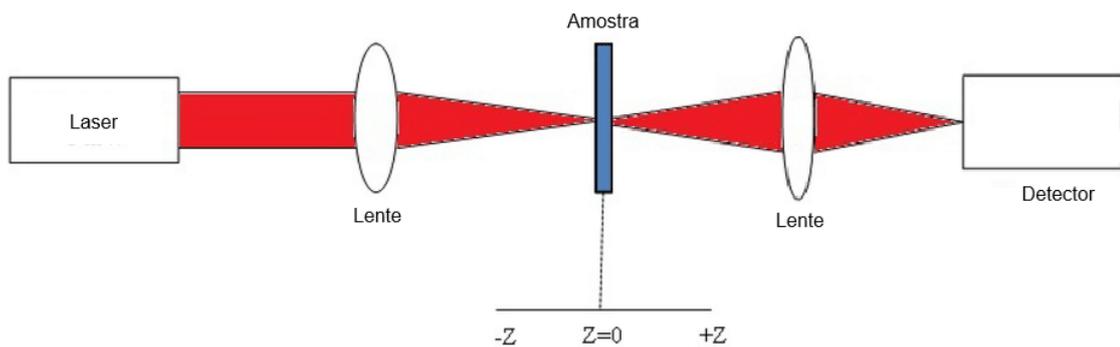
A técnica *Z-scan* é atualmente uma das metodologias experimentais mais sensíveis e amplamente utilizadas na caracterização óptica de materiais com resposta não-linear. Desde sua introdução por Sheik-Bahae *et al.* (1990), tornou-se uma ferramenta fundamental para a investigação de propriedades ópticas de terceira ordem, como o índice de refração não-linear e os coeficientes de absorção não-linear. O método baseia-se na análise da transmitância de um feixe de laser focalizado que atravessa a amostra enquanto esta é deslocada ao longo do eixo de propagação do feixe, permitindo que diferentes intensidades incidam sobre o material em diferentes posições relativas ao foco.

O feixe utilizado no experimento abaixo apresenta perfil gaussiano, o que implica uma variação espacial da intensidade ao longo da direção axial. À medida que

a amostra se desloca ao longo do eixo z , ela experimenta diferentes intensidades do campo elétrico, o que permite explorar a dependência da resposta óptica do meio com a intensidade incidente. Essa característica é crucial para a detecção de efeitos não-lineares, como modulação do índice de refração (efeito Kerr), absorção de múltiplos fótons e absorção saturável.

A técnica Z-scan pode ser aplicada em duas configurações experimentais distintas, conhecidas como *open-aperture* (fenda aberta) e *closed-aperture* (fenda fechada). Na configuração *open-aperture*, toda a radiação transmitida pela amostra é coletada pelo detector, sem restrições angulares impostas por diafragmas ou aberturas. Isso permite a análise da absorção total do feixe em função da posição axial da amostra e, portanto, da intensidade local do campo. Essa configuração é ideal para a determinação de processos de absorção não-linear, como absorção de dois ou mais fótons, onde a taxa de absorção depende não-linearmente da intensidade luminosa.

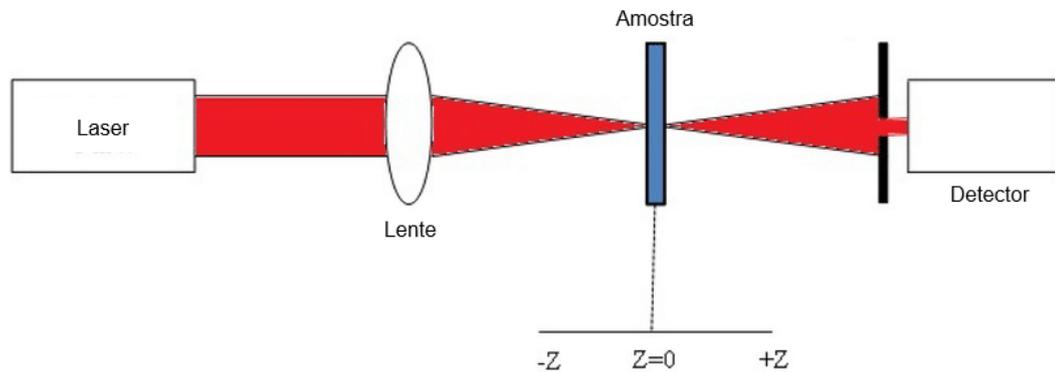
Figura 4: Representação esquemática para o método Z-Scan fenda aberta



Fonte: Jeyaram, 2021.

Já na configuração *closed-aperture*, uma pequena abertura é posicionada no plano de detecção, de modo a permitir apenas a passagem da parte central do feixe. Nessa situação, a medida torna-se sensível à redistribuição angular da energia do feixe provocada por modulações no índice de refração, permitindo a determinação do coeficiente de refração não-linear n_2 .

Figura 5: Representação esquemática para o método Z-Scan fenda fechada



Fonte: Jeyaram, 2021.

À medida que a amostra é transladada ao longo do eixo óptico, a intensidade do feixe varia devido à sua natureza focalizada. Essa variação induz um perfil espacial de índice de refração na amostra, que funciona como uma lente óptica: se $n_2 > 0$, o material atua como uma lente convergente, promovendo auto-focalização do feixe; se $n_2 < 0$, ocorre auto-desfocalização. Essa modulação de fase afeta a distribuição angular da energia do feixe na saída da amostra, alterando a quantidade de luz que atravessa a abertura posicionada no plano de detecção.

Para a obtenção do índice de refração não-linear n_2 , os dados experimentais de transmitância em configuração *closed-aperture* são ajustados a modelos teóricos que descrevem o comportamento do feixe em meios com modulação de fase induzida. Esses modelos consideram a propagação do feixe sob o regime de paraxialidade e as modificações introduzidas pelo efeito Kerr, permitindo a extração quantitativa de n_2 a partir da forma da curva.

No que diz respeito à absorção não-linear, a configuração *open-aperture* permite isolar os efeitos absorptivos sem índice de refração não-linear, uma vez que toda a luz transmitida é coletada independentemente de sua direção de propagação. Em situações onde ocorre absorção de dois fótons, o comportamento da intensidade ao longo da amostra pode ser descrito pela equação diferencial $dI/dz = -\alpha_0 I - \alpha_2 I^2$, onde α_2 é o coeficiente de absorção de dois fótons. A solução dessa equação, em conjunto com a distribuição espacial da intensidade ao longo do foco, permite o ajuste da curva experimental para obtenção do valor de α_2 . Alternativamente, em casos de absorção saturável, a dependência da absorção com a intensidade é modelada por uma função do tipo $\alpha(I) = \alpha_0 / (1 + I/I_{\text{sat}})$, onde I_{sat} representa a intensidade de saturação do processo.

A partir do ajuste dos dados experimentais com os modelos apropriados para o regime físico observado, é possível obter simultaneamente os parâmetros α_0 , α_2 e, se necessário, I_{sat} . A combinação das curvas obtidas nas duas configurações fornece

um panorama completo da resposta óptica não-linear do material, separando com precisão os efeitos refrativos dos absorptivos.

2.5 PERFIS DE FEIXE: GAUSSIANO E *TOP-HAT*

Em experimentos ópticos, especialmente em regimes não-lineares, a distribuição espacial da intensidade luminosa influencia diretamente a forma como a luz interage com o meio. Dois perfis comumente considerados são o feixe Gaussiano e o feixe do tipo *Top-Hat*, que apresentam características distintas tanto na forma quanto na uniformidade da intensidade.

2.5.1 Feixe Gaussiano

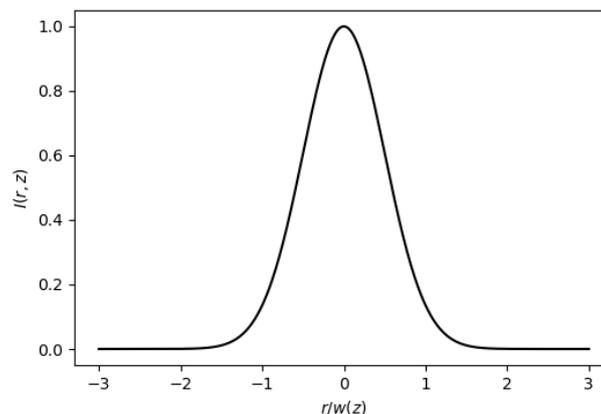
O feixe Gaussiano é a solução fundamental da equação paraxial de propagação em meios lineares, representado na figura 7. Sua intensidade apresenta simetria cilíndrica e decai suavemente a partir do eixo central, obedecendo à seguinte distribuição radial:

$$I(r, z) = I_0 \left(\frac{w_0}{w(z)} \right)^2 \exp \left(-\frac{2r^2}{w^2(z)} \right) \quad (18)$$

onde I_0 é a intensidade máxima, w_0 é o raio de cintura do feixe, $w(z)$ representa a largura do feixe em função da distância longitudinal z , e r é a distância radial ao eixo óptico.

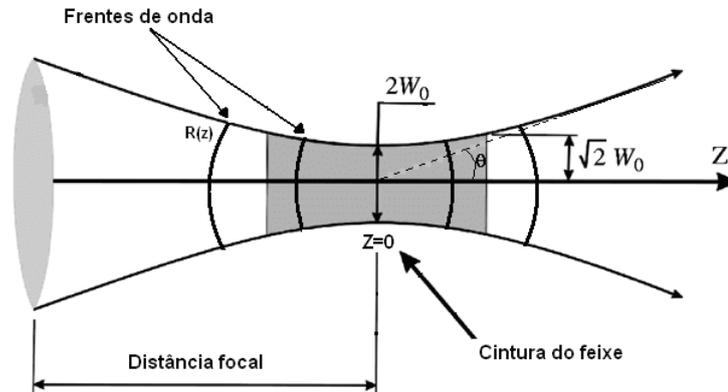
Esse perfil apresenta maior distribuição de intensidade no centro e uma queda exponencial em direção às bordas, sendo altamente eficiente para induzir efeitos ópticos dependentes da intensidade, como autofocalização e absorção de dois fótons.

Figura 6: Representação de um Perfil Gaussiano



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 7: Representação da Propagação de um Feixe Gaussiano



Fonte: Anderson Silva Chaves, 2010.

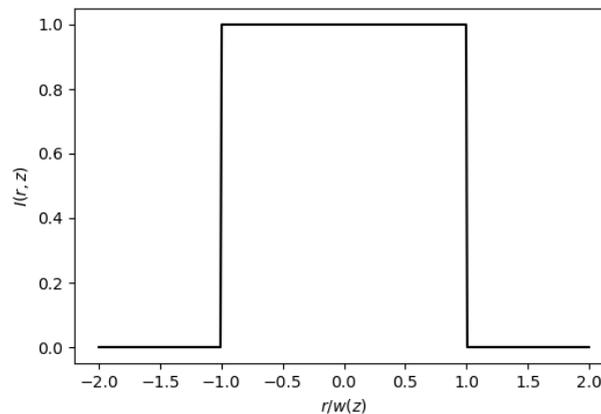
2.5.2 Feixe *Top-Hat* Ideal

O perfil do tipo *Top-Hat*, por outro lado, é caracterizado por uma intensidade constante dentro de um raio R , com uma queda abrupta fora dessa região, mostrada na Figura 8. Sua forma ideal é modelada como:

$$I(r) = \begin{cases} I_0, & |r| \leq R \\ 0, & |r| > R \end{cases} \quad (19)$$

Esse tipo de feixe é útil quando se busca uma distribuição de energia uniforme sobre uma superfície. No entanto, essa forma é apenas idealizada, pois descontinuidades tão abruptas são fisicamente inviáveis devido à difração.

Figura 8: Representação de um Perfil *Top-Hat*



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

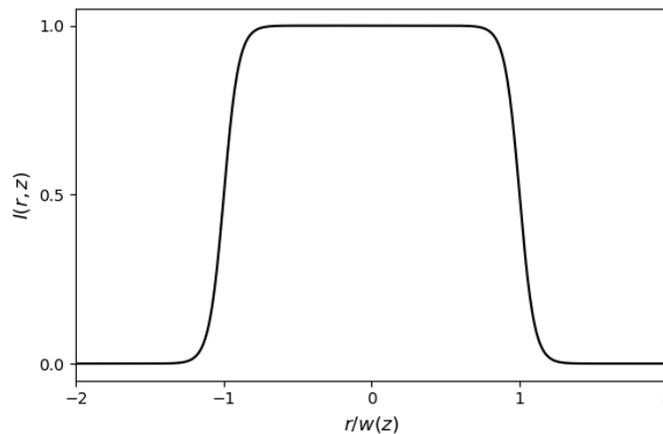
2.5.3 Feixe *Top-Hat* Suavizado

Na prática, são utilizados perfis que aproximam o comportamento de um *Top-Hat*, mas com transições suaves entre a região de intensidade constante e as bordas. Um modelo comum utiliza funções super-Gaussianas para representar essa transição, que pode ser visto na Figura 9. Um exemplo de perfil suavizado pode ser expresso como:

$$I(r) = I_0 \exp \left[- \left(\frac{r}{R} \right)^{2n} \right] \quad (20)$$

Neste caso, o parâmetro n controla a “dureza” da borda: quanto maior n , mais próximo o perfil fica de um *Top-Hat* ideal e utilizando valores menores são produzidos perfis mais parecidos com o Gaussiano. Esse tipo de descrição permite melhor modelagem experimental, mantendo continuidade e suavidade no feixe.

Figura 9: Representação de um Perfil *Top-Hat* Suave com $n = 20$



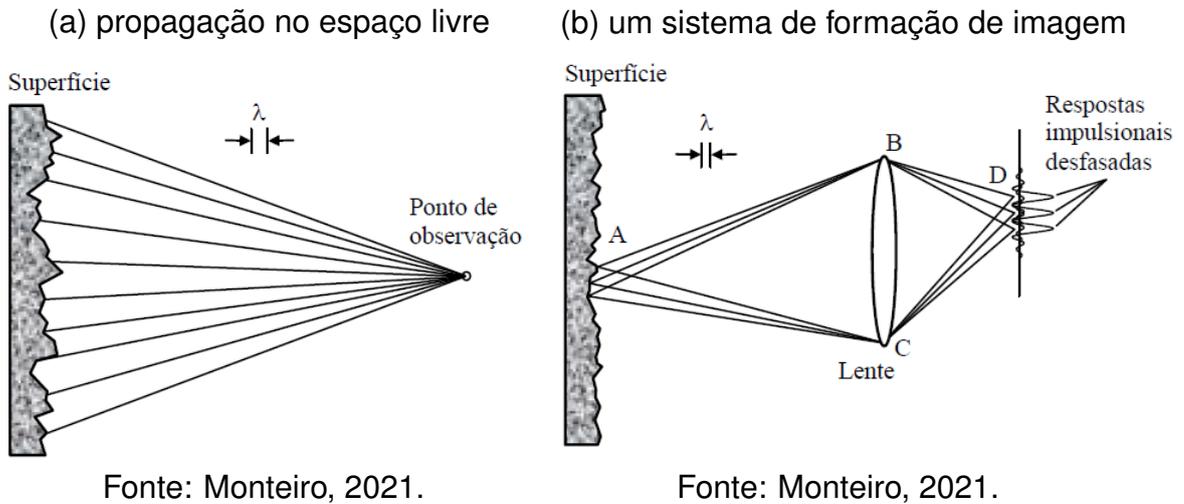
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

O perfil transversal do feixe de luz, seja ele Gaussiano, *Top-Hat* ou uma transição entre ambos, não apenas influencia diretamente a distribuição espacial da intensidade, como também afeta o comportamento estatístico da luz propagada. Em especial, em estudos envolvendo padrões de *speckles* ou luz parcialmente coerente, a estrutura estatística do campo se torna relevante.

2.6 PADRÕES DE *SPECKLES*

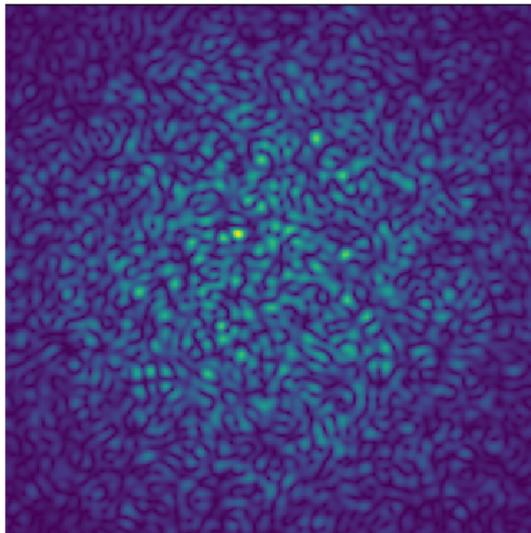
A luz coerente, ao incidir sobre uma superfície rugosa (Figura 10a) ou ao atravessar um meio turvo, sofre espalhamento múltiplo, resultando em uma interferência complexa entre os feixes desviados, como pode ser visto na Figura 10b.

Figura 10: Origem física do padrão de *speckles* para:



Essa interferência dá origem a um padrão granular de intensidades luminosas denominado *speckles* (Figura 11). Os padrões de *speckles* são caracterizados por uma distribuição aparentemente aleatória de máximos e mínimos de intensidade, sendo altamente sensíveis às propriedades do meio difusor, à coerência da luz incidente e à geometria de detecção (Goodman, 2020).

Figura 11: Representação de um padrão de *speckles* gerado a partir de um Feixe Gaussiano



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Do ponto de vista físico, os *speckles* surgem devido à interferência coerente entre ondas espalhadas de diferentes pontos da superfície ou do volume difusor. Mesmo que o espalhamento individual seja aleatório, o padrão global resultante pode conter informações determinísticas sobre o sistema. Por isso, a análise estatística dos *speckles* tornou-se uma poderosa ferramenta para o diagnóstico e caracterização de

materiais, sistemas ópticos e fenômenos dinâmicos.

2.6.1 Propriedades Estatísticas dos *Speckles*

O estudo estatístico dos padrões de *speckles*, amplamente discutido por Goodman (2020), é essencial para compreender as propriedades ópticas dos meios com os quais a luz interage. Essa análise pode ser feita em diferentes níveis, sendo os mais comuns os de primeira e segunda ordem.

Estatísticas de Primeira Ordem A análise de primeira ordem está relacionada às características locais da intensidade do padrão de *speckles*, sem considerar correlações entre pontos distintos. Nessa abordagem, a distribuição estatística da intensidade é o foco central, e ferramentas como a função densidade de probabilidade (PDF) e o contraste médio são amplamente empregadas.

Considerando um campo óptico monocromático e completamente polarizado, podemos representá-lo por uma função analítica $u(x, y, z; t)$, expressa como:

$$u(x, y, z; t) = A(x, y, z)e^{i2\pi\nu t}, \quad (21)$$

onde $A(x, y, z)$ representa a amplitude complexa fasorial, escrita como $A(x, y, z) = |A(x, y, z)|e^{i\theta(x, y, z)}$, ν é a frequência óptica e θ é a fase associada.

A amplitude A pode ser considerada como uma superposição de muitas contribuições com fases aleatórias provenientes de regiões diferentes da superfície de espalhamento. Essa superposição pode ser modelada por:

$$A = \sum_{k=1}^N \frac{1}{\sqrt{N}} |a_k| e^{i\phi_k}, \quad (22)$$

em que $|a_k|/\sqrt{N}$ e ϕ_k representam, respectivamente, a amplitude e fase da contribuição da k -ésima região de espalhamento.

Sob a suposição de que as fases ϕ_k são distribuídas uniformemente e de forma estatisticamente independente das amplitudes, as médias das partes real e imaginária da amplitude complexa se anulam:

$$\langle A_r \rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N \langle |a_k| \rangle \langle \cos \phi_k \rangle = 0, \quad (23)$$

$$\langle A_i \rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N \langle |a_k| \rangle \langle \sin \phi_k \rangle = 0. \quad (24)$$

Com um número suficientemente grande de contribuições $N \rightarrow \infty$, aplica-se

o teorema do limite central, e as distribuições das partes real e imaginária tornam-se gaussianas. A densidade de probabilidade conjunta assume a forma:

$$P(A_r, A_i) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{A_r^2 + A_i^2}{2\sigma^2}}. \quad (25)$$

A variância σ^2 é dada por:

$$\sigma^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^N \langle |a_k|^2 \rangle. \quad (26)$$

O comportamento do fasor complexo no plano complexo resulta numa PDF com simetria circular. A intensidade I do padrão de *speckles*, relacionada ao módulo quadrado do campo, é expressa por:

$$I(x, y, z) = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2}^{T/2} |u(x, y, z; t)|^2 dt = |A(x, y, z)|^2, \quad (27)$$

onde,

$$I = A_r^2 + A_i^2, \quad (28)$$

e a fase do campo é dada por:

$$\theta = \arctan\left(\frac{A_i}{A_r}\right). \quad (29)$$

Ao transformar as variáveis da PDF conjunta de A_r e A_i para I e θ , temos:

$$P(I, \theta) = P(A_r, A_i) \|J\|, \quad (30)$$

com o determinante Jacobiano $\|J\|$ da transformação entre as variáveis dado por:

$$\|J\| = \left\| \begin{array}{cc} \frac{\partial A_r}{\partial I} & \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \\ \frac{\partial A_i}{\partial I} & \frac{\partial A_i}{\partial \theta} \end{array} \right\| \quad (31)$$

Nesta expressão, $P(A_r, A_i)$ representa a densidade de probabilidade conjunta das componentes real e imaginária da amplitude, enquanto $\|J\|$ corresponde ao valor absoluto do determinante jacobiano associado à mudança de variáveis de (A_r, A_i) para (I, θ) . Essa formulação decorre diretamente da transformação de variáveis aplicada às funções densidade de probabilidade. A função resultante é:

$$P(I, \theta) = \frac{1}{4\pi\sigma^2} e^{-\frac{I}{2\sigma^2}}, \quad \text{para } I \geq 0 \text{ e } -\pi < \theta \leq \pi. \quad (32)$$

Para obter as PDFs marginais, integramos sobre a outra variável:

$$P(\theta) = \int_0^{\infty} P(I, \theta) dI = \frac{1}{2\pi}, \quad \text{para } -\pi < \theta \leq \pi \quad (33)$$

$$P(I) = \int_{-\pi}^{\pi} P(I, \theta) d\theta = \frac{1}{2\sigma^2} e^{-\frac{I}{2\sigma^2}}, \quad \text{para } I \geq 0. \quad (34)$$

O momento de ordem n da intensidade é dado por:

$$\langle I^n \rangle = \int_0^{\infty} I^n P(I) dI = n!(2\sigma^2)^n. \quad (35)$$

Para $n = 1$, temos a média $\langle I \rangle = 2\sigma^2$, e a variância da intensidade:

$$\langle I^2 \rangle = 2\langle I \rangle^2, \quad (36)$$

$$\sigma_I^2 = \langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2 = \langle I \rangle^2. \quad (37)$$

A função de densidade de probabilidade da intensidade, em termos da média $\langle I \rangle$, é então:

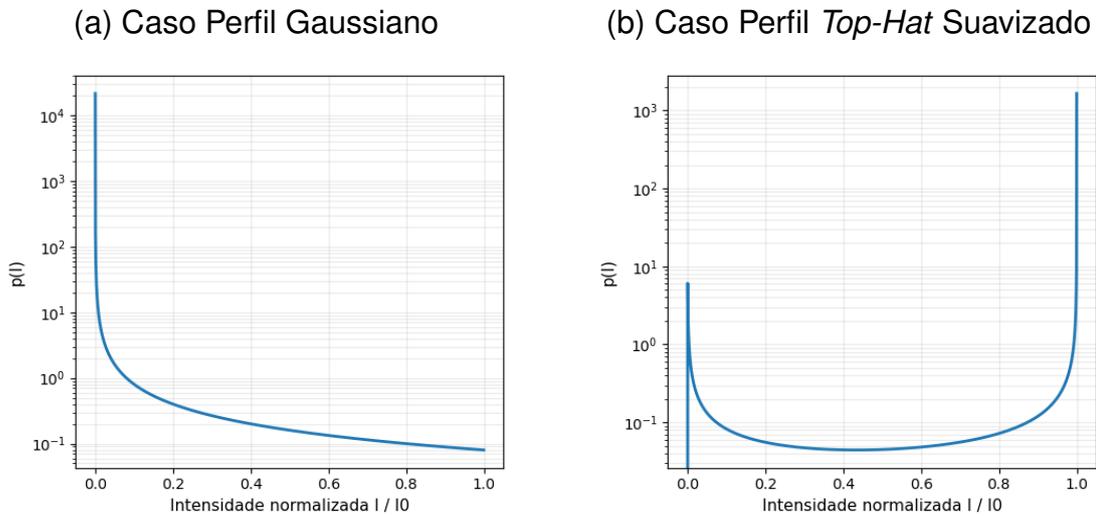
$$P(I) = \frac{1}{\langle I \rangle} e^{-\frac{I}{\langle I \rangle}}, \quad \text{para } I \geq 0. \quad (38)$$

Uma medida relevante neste contexto é o contraste C , que quantifica a flutuação relativa da intensidade:

$$C = \frac{\sigma_I}{\langle I \rangle}. \quad (39)$$

No caso de *speckles* totalmente coerentes, $C = 1$, enquanto fontes incoerentes apresentam $C \approx 0$. As distribuições de probabilidade de intensidade $p(I)$ apresentadas na Figura 12 revelam características estatísticas fundamentais dos padrões de *speckles* resultantes de dois perfis de entrada distintos: Gaussiano e *Top-Hat* suavizado. Ambos os gráficos foram construídos a partir de padrões normalizados, com I_0 representando a intensidade média global do campo.

Figura 12: Distribuições de probabilidade da intensidade normalizada I/I_0 obtidos a partir de dois perfis de feixe distintos



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

No caso do perfil de entrada Gaussiano (Figura 12a), observa-se uma distribuição fortemente assimétrica, concentrada em intensidades muito baixas. O pico acentuado próximo a $I/I_0 = 0$ é característico da distribuição exponencial, que é esperada para campos escalarmente coerentes com fase aleatória e amplitude gaussiana. Esse comportamento indica que a maior parte da energia do campo se distribui em regiões de baixa intensidade, com flutuações ocasionais de alto brilho. Tal estrutura estatística está associada ao que se convencionou chamar de padrão de *speckles* totalmente desenvolvido. O decaimento exponencial da distribuição é visível ao longo de várias ordens de magnitude na escala logarítmica.

Já para o feixe de entrada *Top-Hat* suavizado (Figura 12b), a distribuição de intensidade exibe um comportamento bimodal, com picos acentuados tanto em $I/I_0 \approx 0$ quanto em $I/I_0 \approx 1$, e um vale pronunciado entre eles. Essa estrutura revela uma alteração significativa na natureza estatística do campo: além das regiões de baixa intensidade, há uma forte probabilidade de ocorrência de intensidades próximas ao valor máximo permitido pela normalização. Esse efeito está relacionado à modulação introduzida pela envoltória do feixe *Top-Hat*, que impõe limites físicos mais rígidos à distribuição espacial da intensidade, resultando em um padrão de *speckle* com regiões amplamente saturadas.

A comparação entre essas duas distribuições evidencia o papel crucial do perfil de entrada na definição das estatísticas de segunda ordem dos padrões de *speckles*. Enquanto o perfil Gaussiano promove um comportamento estocástico típico de campos desordenados fortemente aleatórios, o feixe *Top-Hat* suavizado conduz a um regime estatístico modificado, onde a probabilidade de altos valores de intensidade é amplificada pela topologia plana da envoltória. Esse contraste estatístico tem impli-

cações diretas na propagação em meios não lineares, uma vez que a distribuição de intensidade afeta diretamente a ativação de efeitos como absorção saturável e modulação do índice de refração.

Estatísticas de Segunda Ordem A estatística de segunda ordem permite examinar como diferentes regiões do padrão de *speckles* se correlacionam. A principal ferramenta dessa abordagem é a função de correlação, que relaciona a intensidade em dois pontos distintos \vec{r}_1, t_1 e \vec{r}_2, t_2 :

$$g^{(2)} = \frac{\langle I(\vec{r}_1, t_1)I(\vec{r}_2, t_2) \rangle}{\langle I(\vec{r}_1, t_1) \rangle \langle I(\vec{r}_2, t_2) \rangle}. \quad (40)$$

Segundo a relação de Siegert, essa função está diretamente ligada à função de correlação de primeira ordem $g^{(1)}$:

$$g^{(2)} = 1 + |g^{(1)}|^2, \quad (41)$$

em que $g^{(1)}$ é definido por:

$$g^{(1)} = \frac{\langle a(\vec{r}_1, t_1)a^*(\vec{r}_2, t_2) \rangle}{\sqrt{\langle |a(\vec{r}_1, t_1)|^2 \rangle \langle |a(\vec{r}_2, t_2)|^2 \rangle}}. \quad (42)$$

A autocorrelação tem sido utilizada como um parâmetro para quantificar a semelhança entre padrões de *speckles* obtidos sob a mesma intensidade I . A formulação dessa função, já apresentada por Ohtsubo (1981), que descreve matematicamente essa dependência estatística espacial pode ser expressa como:

$$g_{\text{self}}^{(2)}(\Delta r) = \frac{\langle \sqrt{I(r)I(r + \Delta r)} d^2r \rangle}{\sqrt{\langle I(r) \rangle \langle I(r + \Delta r) \rangle d^2r}}, \quad (43)$$

Agora, quando analisamos a correlação cruzada, estamos avaliando a relação entre as intensidades medidas em dois pontos distintos, pertencentes a padrões diferentes. Esses pontos estão separados por uma distância Δr , e a correlação é calculada considerando as médias das intensidades dos campos ópticos incidentes correspondentes.

$$g_{\text{cross}}^{(2)}(\Delta r) = \frac{\langle \sqrt{I_1(r)I_2(r + \Delta r)} d^2r \rangle}{\sqrt{\langle I_1(r) \rangle \langle I_2(r + \Delta r) \rangle d^2r}}. \quad (44)$$

Dessa forma, a análise estatística das correlações de intensidade, tanto de primeira quanto de segunda ordem, oferece uma compreensão fundamental das propriedades espaciais e temporais dos padrões de *speckles*. Essas medidas são essenciais para caracterizar a distribuição e a interação dos campos ópticos em diferentes pontos do espaço, fornecendo análises qualitativas do tamanho e forma dos *speckles*.

Com esse entendimento das propriedades estatísticas, podemos avançar para a descrição matemática da propagação dos padrões de *speckles* em meios lineares, abordando as equações que governam a evolução do campo óptico ao longo do percurso no meio. Essa transição permite conectar as características estatísticas observadas com a dinâmica física dos campos e suas interações com o ambiente experimental.

3 PROPAGAÇÃO DE PADRÕES DE *SPECKLES* EM MEIO NÃO-LINEAR

Neste capítulo, apresenta-se a modelagem teórica da propagação de *speckles* baseada na equação de onda paraxial do campo elétrico num meio não-linear, incorporando dois regimes distintos de não-linearidade: um absorptivo sem índice de refração não-linear, relacionado ao trabalho de Pereira (2023) e outro puramente refrativo, associado à análise feita por Bromberg *et al.* (2010). Para a solução numérica dessas equações, foi aplicado o método de *Split-Step*, que permite resolver a evolução do campo óptico ao longo do eixo de propagação ao considerar separadamente os efeitos lineares e não-lineares em pequenos passos incrementais.

Além do tratamento teórico e computacional, este capítulo apresenta a configuração experimental utilizada por Pereira (2023) para gerar feixes gaussianos e *top-hats*, assim como os padrões de *speckles* considerando os diferentes feixes de entrada. Serão mostradas imagens típicas dos feixes incidentes e dos padrões de *speckles* associados.

3.1 EQUAÇÃO DE PROPAGAÇÃO

Retornando à equação (7), que mostra a propagação do campo elétrico, e reorganizando $\mu_0 = \frac{1}{c^2 \epsilon_0}$:

$$\nabla^2 \vec{\mathcal{E}} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{\mathcal{E}}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{\mathcal{P}}}{\partial t^2} \quad (45)$$

Por simplificação, iremos aplicar a aproximação da envoltória lentamente variante, que permite separar as oscilações rápidas (associadas à frequência ω) da variação lenta da envoltória $\vec{E}(x, y, z, t)$ e $\vec{P}(x, y, z, t)$:

$$\vec{\mathcal{E}} = \vec{E}(x, y, z, t) e^{i(\omega t - kz)}, \quad \vec{\mathcal{P}} = \vec{P}(x, y, z, t) e^{i(\omega t - kz)} \quad (46)$$

Decompomos o laplaciano em componentes transversais e longitudinais:

$$\nabla^2 \vec{\mathcal{E}} = \nabla_T^2 \vec{\mathcal{E}} + \frac{\partial^2 \vec{\mathcal{E}}}{\partial z^2} \quad (47)$$

O termo ∇_T^2 corresponde ao laplaciano nas direções transversais x e y . Substituindo na equação (45):

$$\nabla_T^2 \vec{\mathcal{E}} + \frac{\partial^2 \vec{\mathcal{E}}}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{\mathcal{E}}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{\mathcal{P}}}{\partial t^2} \quad (48)$$

Agora, iremos aplicar as formas assumidas para \vec{E} e \vec{P} nesta equação. Primeiramente, transformaremos o laplaciano transversal:

$$\nabla_T^2 \vec{\mathcal{E}} = \nabla_T^2 \vec{E} e^{i(\omega t - kz)} \quad (49)$$

As derivadas parciais de primeira ordem do campo em z e em t , respectivamente, serão:

$$\frac{\partial \vec{\mathcal{E}}}{\partial z} = \left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial z} - ik\vec{E} \right) e^{i(\omega t - kz)} \quad (50)$$

$$\frac{\partial \vec{\mathcal{E}}}{\partial t} = \left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + i\omega\vec{E} \right) e^{i(\omega t - kz)} \quad (51)$$

Aplicando a regra do produto ao analisar as segundas derivadas parciais do campo elétrico em z e em t e para a polarização em t , teremos:

$$\frac{\partial^2 \vec{\mathcal{E}}}{\partial z^2} = \left(\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} - 2ik \frac{\partial \vec{E}}{\partial z} - k^2 \vec{E} \right) e^{i(\omega t - kz)} \quad (52)$$

$$\frac{\partial^2 \vec{\mathcal{E}}}{\partial t^2} = \left(\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + 2i\omega \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \omega^2 \vec{E} \right) e^{i(\omega t - kz)} \quad (53)$$

$$\frac{\partial^2 \vec{\mathcal{P}}}{\partial t^2} = \left(\frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} + 2i\omega \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} - \omega^2 \vec{P} \right) e^{i(\omega t - kz)} \quad (54)$$

A aproximação paraxial permite negligenciar a derivada de segunda ordem da envoltória em z , assumindo que o campo varia lentamente na direção de propagação, i.e., $|\partial_z^2 E| \ll |k \partial_z E|$. Em seguida, adotamos o regime estacionário, no qual se considera que não há variações temporais significativas na envoltória nem na densidade de polarização, o que justifica o cancelamento das derivadas temporais de E e P . Substituindo na equação (48), desprezando acima citados e dividindo toda a equação por $e^{i(\omega t - kz)}$:

$$\nabla_T^2 \vec{E} - 2ik \frac{\partial \vec{E}}{\partial z} - k^2 \vec{E} + \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E} = -\mu_0 \omega^2 \vec{P} \quad (55)$$

Esta é a forma reduzida da equação de onda com a aproximação da envoltória lentamente variante, que é válida para feixes bem colimados ou pulsos com largura espectral estreita. Sabendo que $k_0 = \omega/c$ e que $\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$:

$$-2ik \frac{\partial \vec{E}}{\partial z} = -\nabla_T^2 \vec{E} + (k^2 - k_0^2) \vec{E} - \mu_0 \epsilon_0 \omega^2 \chi \vec{E} \quad (56)$$

Dividindo a equação por $-2ik$ e tendo em vista que $\chi = n^2 - 1$, obtemos:

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial z} = \frac{1}{2ik} \nabla_T^2 \vec{E} - \frac{1}{2ik} (k^2 - k_0^2) \vec{E} + \frac{1}{2ik} \frac{\omega^2}{c^2} (n^2 - 1) \vec{E} \quad (57)$$

Reagrupando:

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial z} = \frac{1}{2ik} \nabla_T^2 \vec{E} - \frac{1}{2ik} [(k^2 - k_0^2) - k_0^2(n^2 - 1)] \vec{E} \quad (58)$$

Fazendo a substituição $k = k_0 n_0$:

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial z} = \frac{1}{2ik} \nabla_T^2 \vec{E} + \frac{k_0^2}{2ik} (n^2 - n_0^2) \vec{E} \quad (59)$$

Essa equação será base para analisarmos os casos específicos citados anteriormente. Iremos iniciar com o caso absorptivo, onde desconsideramos as não-linearidades do índice de refração.

Caso absorptivo

Voltando à equação (59), usando novamente $n^2 = 1 + \chi$:

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial z} = \frac{1}{2ik} \nabla_T^2 \vec{E} + \frac{k_0}{2in_0} [1 + \chi - n_0^2] \vec{E} \quad (60)$$

Usando o equação 11 e separando χ em suas partes real e imaginária:

$$\chi = \chi_R + i\chi_I = \chi_R^{(1)} + \frac{3}{4}\chi_R^{(3)}I + i\chi_I^{(1)} + \frac{3}{4}i\chi_I^{(3)}I \quad (61)$$

A parte real de primeira e terceira ordem são diretamente proporcionais ao índice de refração linear e não-linear do meio Kerr, respectivamente, enquanto a parte imaginária de primeira e terceira ordem são diretamente proporcionais à absorção linear e não-linear, respectivamente. Como estamos considerando um meio absorptivo sem índice de refração não-linear, dizemos que $\chi_R^{(3)} = 0$:

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial z} = \frac{1}{2ik} \nabla_T^2 \vec{E} + \frac{k_0}{2in_0} \left[1 + \chi_R^{(1)} + i(\chi_I^{(1)} + \frac{3}{4}\chi_I^{(3)}I) - n_0^2 \right] \vec{E} \quad (62)$$

Considerando um meio fracamente absorvedor (BORN; WOLF, 1999), é válido assumir que:

$$\alpha^{(1)} = k_0 \chi_I^{(1)}, \quad \alpha^{(3)} = k_0 \chi_I^{(3)} \quad (63)$$

De modo que:

$$\chi_I^{(1)} = \frac{\alpha^{(1)}}{k_0}, \quad \chi_I^{(3)} = \frac{\alpha^{(3)}}{k_0} \quad (64)$$

Substituindo na equação e sabendo que $n_0^2 = 1 + \chi_R^{(1)}$:

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial z} = \frac{1}{2ik} \nabla_T^2 \vec{E} + \frac{1}{2n_0} \left[\alpha^{(1)} + \frac{3}{4}\alpha^{(3)}I \right] \vec{E} \quad (65)$$

Agora, adicionamos os termos relacionados à absorção saturável. Visando sim-

plificar a análise, definiremos $\alpha^{(1)} = \alpha_0$ e $\alpha^{(3)} = \frac{4}{3}\alpha_2$:

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial z} = \frac{1}{2ik} \nabla_T^2 \vec{E} + \frac{1}{2n_0} \alpha \vec{E} \quad (66)$$

Onde:

$$\alpha(I) = \frac{\alpha_0}{1 + \frac{I}{I_{s1}}} + \frac{\alpha_2 I}{1 + \left(\frac{I}{I_{s2}}\right)^2} \quad (67)$$

sendo α_0 o coeficiente de absorção linear sem saturação, α_2 o coeficiente de absorção de dois fótons, I_{s1} o intensidade de saturação da absorção de um fóton, I_{s2} o intensidade de saturação da absorção de dois fótons. Os termos de intensidade de saturação foram adicionados fenomenologicamente.

Caso refrativo

Desconsiderando os efeitos absorptivos e assumindo que o índice de refração não-linear $n_{2I}I = \Delta n$, sendo Δn a diferença entre o índice de refração total e o índice de refração linear, ou seja, $n = n_0 + \Delta n$, podemos dizer que:

$$n^2 = n_0^2 + 2n_0\Delta n + \Delta n^2 \quad (68)$$

Sabendo que $\Delta n \ll n_0$,

$$n^2 - n_0^2 = 2n_0\Delta n \quad (69)$$

Usando a equação (59):

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial z} = \frac{1}{2ik} \nabla_T^2 \vec{E} - ik_0 \Delta n \vec{E} \quad (70)$$

Substituindo $\Delta n = n_{2I}I$, obteremos a equação para o caso refrativo:

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial z} = \frac{1}{2ik} \nabla_T^2 \vec{E} - ik_0 n_{2I} I \vec{E} \quad (71)$$

3.2 MÉTODO *SPLIT-STEP* PARA PROPAGAÇÃO DE FEIXES

O método *Split-Step* é amplamente utilizado para resolver equações diferenciais parciais não-lineares que descrevem a propagação de feixes ópticos em meios com resposta não-linear. Seu princípio fundamental baseia-se na separação dos efeitos lineares (como difração) e não-lineares (como modulação de fase ou absorção) ao longo de pequenos passos de propagação.

A equação de propagação para campos ópticos em meios com variação espacial do índice de refração e/ou absorção pode ser expressa, na aproximação paraxial, pela equação:

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial z} = (\hat{D} + \hat{N}) \vec{E}, \quad (72)$$

onde $\hat{D} = \frac{1}{2ik} \nabla_T^2$ representa o operador de difração e, para o caso absoritivo sem índice de refração não-linear, $\hat{N} = \frac{1}{2n_0} \alpha$ e, no caso puramente refrativo, $\hat{N} = -ik_0 n_{2I} I$ representa as não-linearidades do meio. Este formalismo segue a proposta apresentada por Agrawal (2013).

A solução formal da equação (72) pode ser escrita como:

$$\vec{E}(x, y; z + \Delta z) = \exp \left[(\hat{D} + \hat{N}) \Delta z \right] \vec{E}. \quad (73)$$

Se os operadores \hat{D} e \hat{N} forem independentes de z , podemos usar a fórmula de Baker-Hausdorff (Weiss; Maradudin, 1962) para aproximar a exponencial de operadores não comutativos. Assim, até primeira ordem em Δz , podemos escrever:

$$\exp \left[(\hat{D} + \hat{N}) \Delta z \right] \approx \exp \left(\hat{N} \Delta z \right) \exp \left(\hat{D} \Delta z \right). \quad (74)$$

Dessa forma, a propagação pode ser tratada como uma seqüência de duas operações independentes: primeiro, a propagação difrativa e, em seguida, a modulação imposta pelas não-linearidades. Isso leva à formulação:

$$\vec{E}(x, y; z + \Delta z) = \exp \left(\hat{N} \Delta z \right) \exp \left(\hat{D} \Delta z \right) \vec{E}(x, y; z). \quad (75)$$

A ação do operador de difração $\exp \left(\hat{D} \Delta z \right)$ é convenientemente tratada no domínio espectral. Utilizando a transformada de Fourier bidimensional, a propagação pode ser descrita por:

$$\exp \left(\hat{D} \Delta z \right) \vec{E} = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \exp \left[\frac{i(k_x^2 + k_y^2) \Delta z}{2k} \right] \mathcal{F} \{ \vec{E} \} \right\}, \quad (76)$$

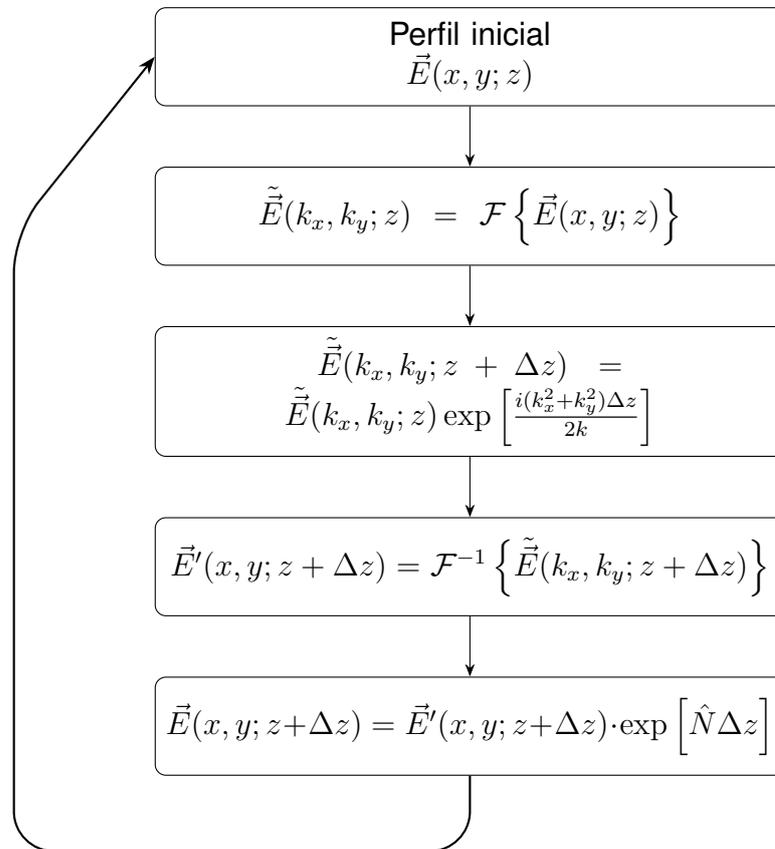
onde k_x e k_y são as componentes espaciais da frequência no domínio de Fourier. Combinando os efeitos da difração (no domínio espectral) e da modulação de fase (no domínio espacial), o avanço do campo por um passo Δz é dado por:

$$\vec{E}(x, y; z + \Delta z) = \exp \left(\hat{N} \Delta z \right) \cdot \mathcal{F}^{-1} \left\{ \exp \left[\frac{i(k_x^2 + k_y^2) \Delta z}{2k} \right] \mathcal{F} \{ \vec{E}(x, y; z) \} \right\}. \quad (77)$$

Este processo é repetido iterativamente até atingir a distância final em z desejada. A Figura 13 ilustra o fluxo computacional do método de propagação por passos divididos. O campo $\vec{E}(x, y; z)$ é inicialmente transformado para o domínio espectral, onde é multiplicado por uma função de transferência que representa a difração. Após isso, retorna-se ao domínio espacial por transformada inversa, e aplica-se o operador

de modulação de fase.

Figura 13: Diagrama de fluxo para o método do *Split-Step*



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

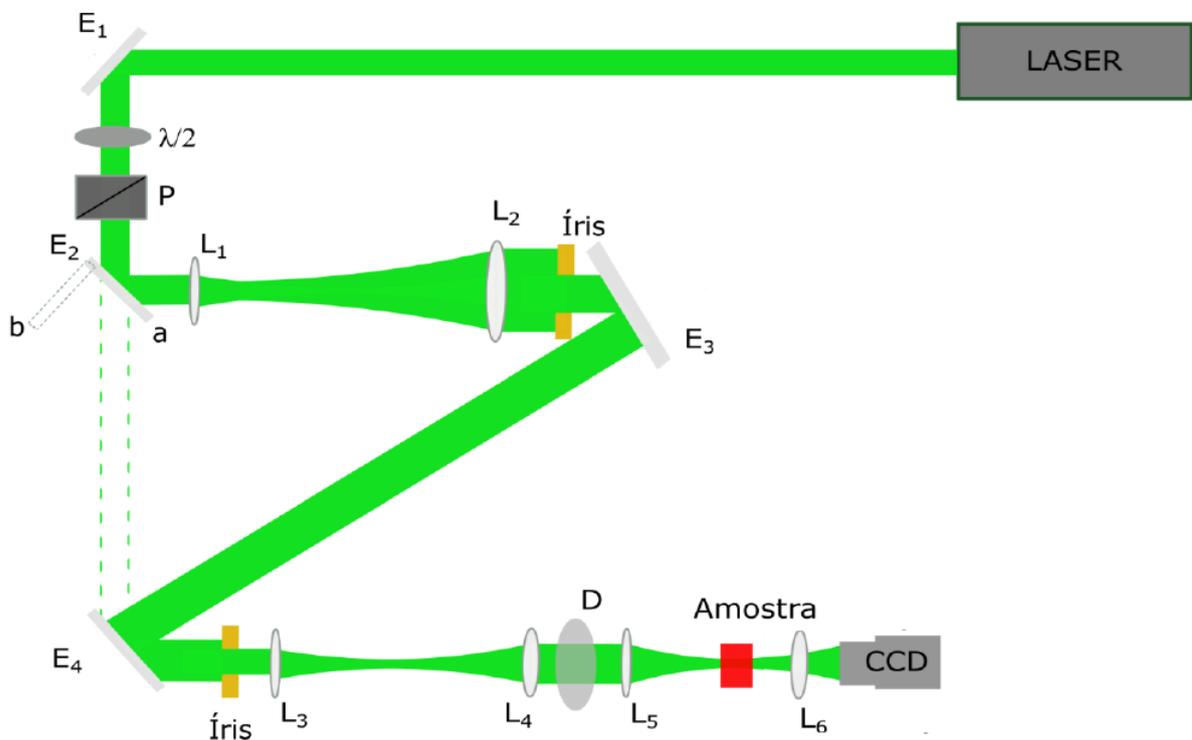
3.3 ARRANJO EXPERIMENTAL

A Figura 14 apresenta o esquema experimental utilizado por Pereira (2023) e que a simulação executada nessa dissertação pretende modelar, no qual um feixe laser com $\lambda = 532\text{nm}$, polarização linear e perfil de intensidade Gaussiano é inicialmente modificado por uma combinação de elementos ópticos compostos por uma lâmina de meia onda ($\lambda/2$) e um polarizador (P). A função da lâmina de meia onda é alterar a orientação da polarização linear do feixe incidente, promovendo uma rotação controlada do vetor de polarização. Em seguida, o feixe atravessa um polarizador, que seleciona apenas a componente do campo elétrico alinhada ao seu eixo de transmissão. A associação desses dois elementos permite ajustar com precisão a intensidade luminosa que é transmitida ao restante da montagem experimental.

Posteriormente, o feixe é redirecionado por um espelho plano (E_2) para um sistema telescópico de expansão, formado por duas lentes biconvexas (L_1 e L_2), posicionadas a uma distância correspondente à soma de suas distâncias focais. Esse arranjo óptico tem como objetivo ampliar o diâmetro do feixe Gaussiano em um fator

de 5, utilizando uma lente L_1 com distância focal de 10 cm e uma lente L_2 de 50 cm. A escolha desse fator de ampliação visa garantir que, ao se inserir uma íris no trajeto do feixe expandido, apenas a região central do perfil Gaussiano seja selecionada, resultando em uma distribuição de intensidade aproximadamente constante. Esta técnica foi adotada para a geração de feixes com perfil *top-hat*, expandindo o feixe Gaussiano e realizando o recorte da porção central por meio de diafragmas circulares, até que se obtivesse uma intensidade transversal quase uniforme.

Figura 14: Arranjo experimental utilizado para os experimentos de propagação não-linear de padrões de *speckles*

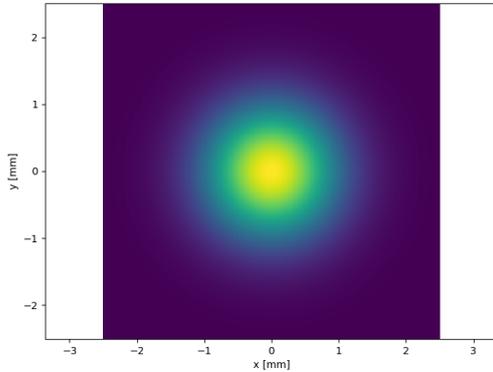


Fonte: Reformulada pelo autor de Pereira, 2023.

Cabe destacar que o espelho E_2 , mostrado na Figura 14, está montado em um suporte giratório do tipo *flip mount*. Esse dispositivo permite alternar entre duas configurações distintas do sistema óptico. Quando o espelho está na posição *a*, o feixe é redirecionado para o caminho que gera um perfil de intensidade do tipo *top-hat*, representado na figura 15b. Por outro lado, ao mover o espelho para a posição *b*, o feixe Gaussiano proveniente diretamente do laser, cuja configuração pode ser vista na figura 15a, segue livremente em direção ao plano onde se encontra a câmera CCD. Essa flexibilidade de comutação entre os caminhos ópticos possibilita a análise comparativa da propagação em diferentes condições de perfil de feixe de maneira prática e eficiente.

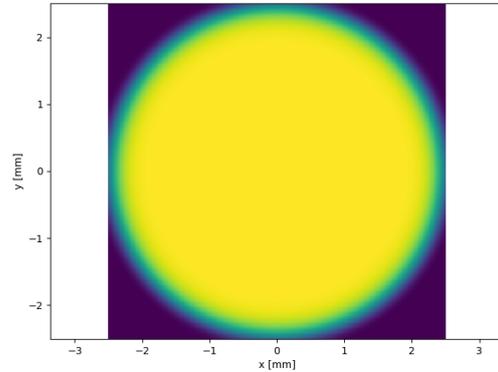
Figura 15: Representação de um perfil de intensidade do tipo:

(a) Gaussiano



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

(b) *Top-Hat*



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Para a formação dos padrões de *speckles*, usados nesta dissertação, foi utilizado um difusor de luz, com grau de difusão de $0,5^\circ$, iluminado pelos feixes de perfil Gaussiano e *top-hat*, descritos anteriormente. Para explorar uma área significativa do difusor, foi utilizado um segundo telescópio (lentes L_3 e L_4 com distâncias focais de 5 cm e 10 cm, respectivamente), posicionado após a segunda íris, com uma magnificação de 2, resultando em feixes com diâmetros de 1 cm.

A luz espalhada pelo difusor forma um padrão de *speckles*, o qual é então focalizado por uma lente biconvexa (L_5) com distância focal de 10 cm. Os materiais de interesse com resposta não-linear foram inseridos em uma cubeta cilíndrica de quartzo com 20 mm de comprimento, posicionada exatamente na região focal da lente L_5 , onde a intensidade óptica atinge seu máximo.

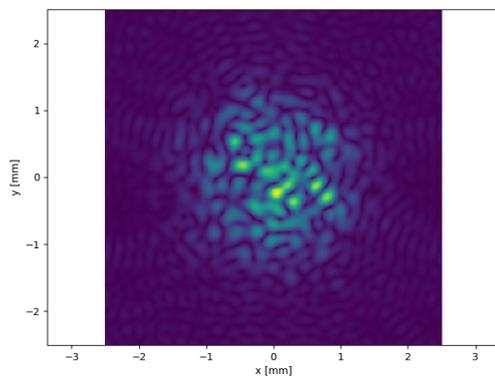
Com todas as informações descritas acima acerca do amparato experimental utilizado por Pereira (2023), fazemos a modelagem matemática desse arranjo, onde as imagens capturadas foram posteriormente analisadas por um algoritmo implementado em *Python*, desenvolvido para extrair informações estatísticas relevantes a partir das intensidades registradas. Dentre as métricas avaliadas, função de autocorrelação espacial de segunda ordem, $g^{(2)}(\vec{r})$ e o máximo de $g^{(2)}(\vec{r})$ variando a intensidade de entrada.

A Figura 16 apresenta os padrões de *speckles* obtidos para diferentes perfis de feixe incidente. Na figura 16a, observa-se o padrão gerado a partir de um feixe Gaussiano. Nota-se que a distribuição espacial dos *speckles* possui tamanho médio aproximadamente constante em toda a imagem, no entanto, a intensidade luminosa é visivelmente mais distribuída na região central, decaindo progressivamente em direção às bordas. Esse comportamento é característico da envoltória de intensidade Gaussiana do feixe original.

Já a figura 16b ilustra o padrões de *speckles* produzido a partir de feixes com perfil *top-hat*. Os *speckles* mantêm um tamanho médio semelhante ao observado para o feixe Gaussiano. No entanto, nota-se uma diferença significativa na forma como a intensidade é distribuída ao longo da imagem, comparado ao caso do padrão produzido com o feixe gaussiano. No caso do padrão gerado a partir do *top-hat* pode-se observar uma distribuição mais homogênea, com intensidade praticamente constante em toda a área da imagem capturada.

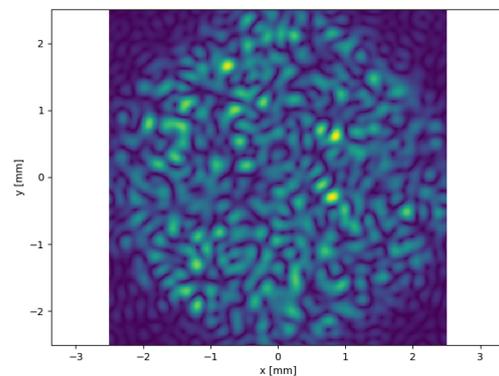
Figura 16: Perfil transversal de um padrão de *speckles* gerado a partir de um:

(a) Perfil Gaussiano



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

(b) Perfil *Top-Hat*



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo, são apresentados e analisados os resultados obtidos a partir das simulações numéricas, com o objetivo de investigar a propagação de padrões de *speckles* em diferentes regimes ópticos. A principal métrica utilizada na análise foi o valor máximo da função de autocorrelação de segunda ordem, que fornece uma análise qualitativa da estrutura espacial do campo óptico ao longo da propagação.

Os dados foram organizados conforme os diferentes regimes físicos modelados, abrangendo absorção linear, absorção linear com saturação de um fóton, absorção de dois fótons, absorção com saturação de dois fótons e propagação puramente refrativa. Para cada caso, consideram-se dois tipos de perfis de entrada, Gaussiano e *Top-Hat*, de modo a avaliar a influência da distribuição transversal de intensidade no comportamento estatístico do padrão de *speckles*.

A análise dos gráficos obtidos busca evidenciar como os diferentes mecanismos de não-linearidade afetam a coerência espacial do campo, permitindo a comparação entre as previsões teóricas e os dados experimentais. Para gerar todos os gráficos expostos abaixo foi utilizado o software *Spyder* em *Python*, aplicando os princípios de propagação do campo e o método numérico *Split-Step* expostos na seção anterior, tudo isso baseado no aparato experimental exposto na Figura 14. No caso dos gráficos com absorção, utilizamos os valores encontrados em Pereira (2023): $\alpha_0 = 311/\text{m}$, $\alpha_2 = 10^{-7}\text{m/W}$, $I_{S1} = 10^8 \text{ W/m}^2$, $I_{S2} = 4.10^9 \text{ W/m}^2$, $n_0 = 1,5$, convertidos pro SI e os valores usados para o gerar o feixe de entrada Gaussiano variaram de 10^6W/m^2 a 10^{15}W/m^2 e para gerar o feixe de *Top-Hat* variaram de 6.10^4W/m^2 a 5.10^9W/m^2 . Para o caso puramente refrativo, utilizamos $n_0 = 1,5$, valor médio encontrado em Boyd (2008) e $n_{2I} = 10^{-14}$, encontrado numa análise de Pereira (2023).

4.1 PROPAGAÇÃO PURAMENTE REFRATIVA

Nesta seção, analisamos o comportamento estatístico de um padrão de *speckles*, gerado a partir de um perfil Gaussiano, ao se propagar em um meio refrativo, onde não há absorção ou espalhamento, onde os efeitos não-lineares de índice de refração se tornam relevantes. A análise baseia-se no valor máximo da função de autocorrelação de segunda ordem, $g_{\text{self}}^{(2)}$, avaliado na imagem formada no final da célula, projetada por um sistema de lentes em uma CCD, em função da intensidade média de entrada do padrão na célula. Esse valor serve como indicador da estrutura espacial do campo propagado e de suas correlações internas.

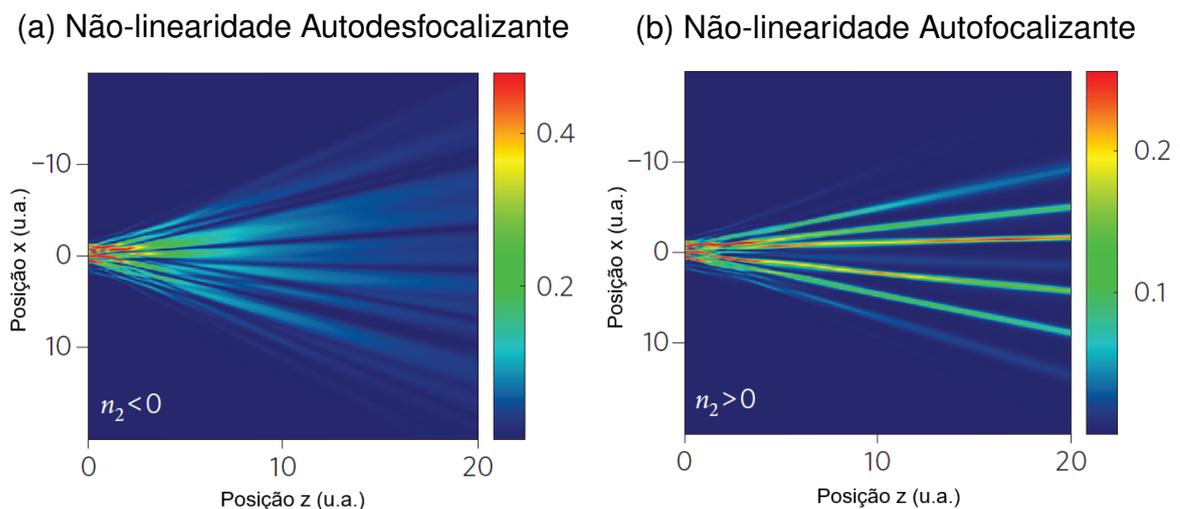
Os resultados apresentados por Bromberg *et al.* (2010) evidenciam os efeitos da propagação de padrões de *speckles* em meios ópticos com não-linearidade do tipo Kerr, destacando a influência direta do sinal do índice de refração não-linear sobre a evolução estatística do campo. Diferentemente de um feixe contínuo e homogêneo,

o padrão de *speckles* consiste em uma distribuição aleatória de máximos e mínimos de intensidade gerados por interferência coerente de ondas com fase aleatória. Ao se propagar em um meio cujo índice de refração depende da intensidade, essa estrutura granular é modificada de maneira distinta conforme o sinal de n_2 .

No caso de um meio com não-linearidade negativa ($n_2 < 0$), ocorre o fenômeno conhecido como autodesfocalização (Figura 17a). Nesse regime, as regiões mais intensas do padrão de *speckles* reduzem localmente o índice de refração, o que cria um gradiente transversal que tende a dispersar a luz. O efeito é análogo ao de uma lente divergente induzida pela própria intensidade óptica. Como consequência, as regiões de máxima intensidade do *speckles* se espalham ao longo da propagação, resultando em um padrão mais difuso e com menor contraste. Isso leva, em geral, à diminuição da correlação local entre os pontos do campo, o que pode se refletir na redução do valor máximo da função de autocorrelação de segunda ordem, $g_{\text{self}}^{(2)}$.

Por outro lado, quando o meio apresenta não-linearidade positiva ($n_2 > 0$), o fenômeno dominante é a autofocalização (Figura 17b). Nessa condição, as regiões intensas do padrão provocam um aumento local do índice de refração, gerando um gradiente que favorece a dição da luz nessas áreas. O efeito é equivalente ao de uma lente convergente autoinduzida. Isso resulta em um reforço das regiões de máxima intensidade do *speckles*, com redução do espalhamento transversal e aumento da concentração energética local. O padrão final apresenta maior contraste e definição espacial, o que tende a elevar o valor de $g_{\text{self}}^{(2)}$, refletindo uma intensificação das correlações espaciais de segunda ordem.

Figura 17: Propagação de um padrão de *speckles* a partir de um feixe Gaussiano em meio com:



Fonte: Bromberg *et al.*, 2010 (Tradução própria).

Fonte: Bromberg *et al.*, 2010 (Tradução própria).

Comparando os dois regimes, percebe-se que o sinal de n_2 determina se o

padrão de *speckles* tende a se difundir ou a se concentrar ao longo da propagação. A autodesfocalização promove uma dispersão do campo, enquanto a autofocalização atua como um mecanismo de compressão espacial.

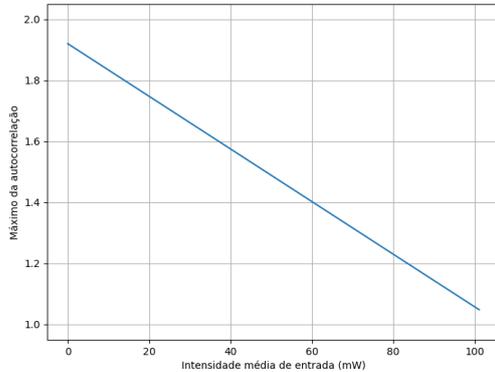
A Figura 18 complementa a análise qualitativa feita por Bromberg *et al.* (2010) ao apresentar, de forma quantitativa, o comportamento do valor máximo da função de autocorrelação de segunda ordem, $g_{\text{self}}^{(2)}$, em função da intensidade média de entrada do padrão de *speckles*, para os dois regimes de propagação puramente refrativa.

Na Figura 18a, observa-se que, para o caso de um meio com não-linearidade autodesfocalizante ($n_2 < 0$), o valor de $g_{\text{self}}^{(2)}$ apresenta um decaimento aproximadamente linear à medida que a intensidade média do padrão de entrada aumenta, validando o que é visto no resultado do Bromberg *et al.* (2010) (Figura 19a). Como a autodesfocalização atua desfazendo as concentrações locais de luz, o padrão de *speckles* perde contraste e definição ao longo da propagação, resultando em menor correlação entre os pontos do campo. A redução de $g_{\text{self}}^{(2)}$ reflete, portanto, a degradação da estrutura espacial coerente do padrão conforme os efeitos não-lineares se intensificam com o aumento da intensidade.

Por outro lado, a Figura 18b mostra o cenário oposto, em que a não-linearidade do meio é autofocalizante ($n_2 > 0$). Neste regime, observa-se um crescimento linear de $g_{\text{self}}^{(2)}$ com o aumento da intensidade média de entrada, confirmando o que é observado no resultado do Bromberg *et al.* (2010) (Figura 19b). Tal comportamento indica que as regiões de maior intensidade do padrão estão sendo reforçadas durante a propagação, uma vez que o aumento local do índice de refração induz a focalização do campo nessas áreas. Como resultado, o contraste espacial do padrão de *speckles* se intensifica, com maior acúmulo de energia em pontos bem definidos, o que eleva o valor da autocorrelação de segunda ordem. Esse crescimento linear de $g_{\text{self}}^{(2)}$ evidencia a amplificação das correlações espaciais internas no padrão, característica típica de uma evolução autofocalizante.

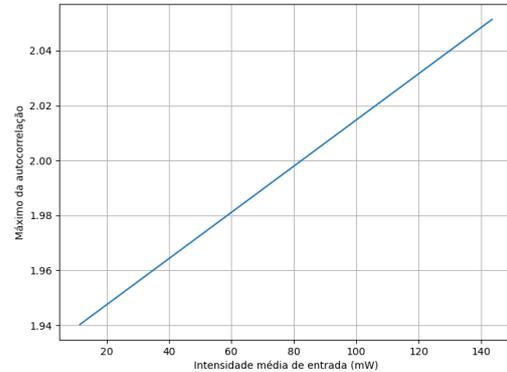
Figura 18: Máximo da autocorrelação na imagem formada no final da célula em função da intensidade média de entrada para uma propagação puramente refrativa com um meio de índice de refração linear

(a) $n_2 < 0$



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

(b) $n_2 > 0$

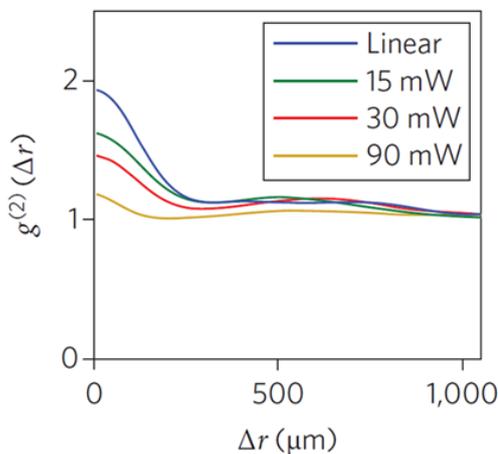


Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A comparação entre os dois gráficos evidencia com clareza o papel crucial do sinal de n_2 na dinâmica estatística do campo propagado. Enquanto o regime auto-desfocalizante tende a dispersar a estrutura do padrão, reduzindo sua coerência espacial, o regime autofocalizante atua como um mecanismo de compressão e reforço da modulação granular. A dependência linear observada em ambos os casos reforça a sensibilidade do parâmetro $g_{\text{self}}^{(2)}$ como métrica eficaz para descrever o impacto das não-linearidades refrativas sobre padrões parcialmente coerentes como os *speckles*.

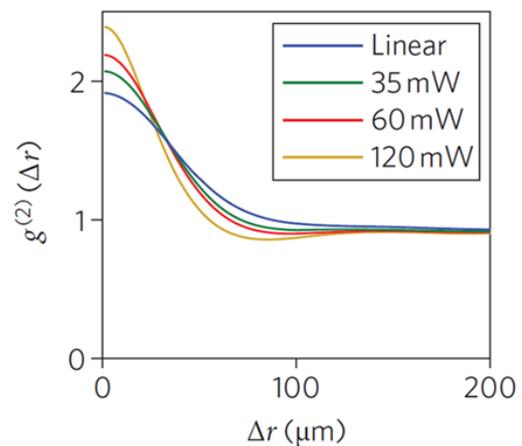
Figura 19: Máximo da autocorrelação na imagem formada no final da célula em função da intensidade média de entrada para uma propagação puramente refrativa com um meio de índice de refração linear

(a) $n_2 < 0$



Fonte: Bromberg *et al.*, 2010 (Tradução própria).

(b) $n_2 > 0$



Fonte: Bromberg *et al.*, 2010 (Tradução própria).

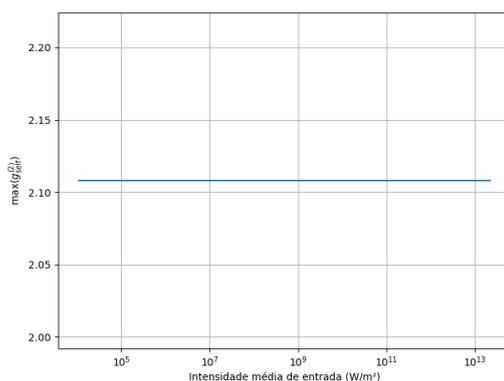
4.2 PROPAGAÇÃO COM ABSORÇÃO LINEAR

Na Figura 20, observa-se o comportamento do valor máximo da função de autocorrelação de segunda ordem, $g_{self}^{(2)}$, em função da intensidade média de entrada do campo óptico, considerando a propagação em um meio com absorção linear. Os dados são apresentados separadamente para dois perfis de entrada: um feixe com perfil Gaussiano (Figura 20a) e um feixe com perfil *Top-Hat* suavizado (Figura 20b), ambos modulados por um padrão de *speckles*.

Os gráficos mostram que o valor máximo da autocorrelação se mantém praticamente constante ao longo de toda a faixa de intensidades analisada, resultado que é compatível com o modelo de absorção linear pura, no qual a taxa de atenuação da intensidade é proporcional ao próprio valor da intensidade local. Nesse regime, não há efeitos de saturação nem redistribuição dinâmica da energia no feixe: cada ponto do campo sofre atenuação exponencial de forma independente, sem alterar a estrutura relativa de intensidades entre diferentes regiões transversais do campo. Isso significa que a estrutura estatística do padrão de *speckles* é preservada ao longo da propagação, visto que a função de autocorrelação é normalizada, por isso seu valor não é alterado quando um fator constante de absorção é aplicado de forma igual em todos os pontos, mesmo com perda de energia global.

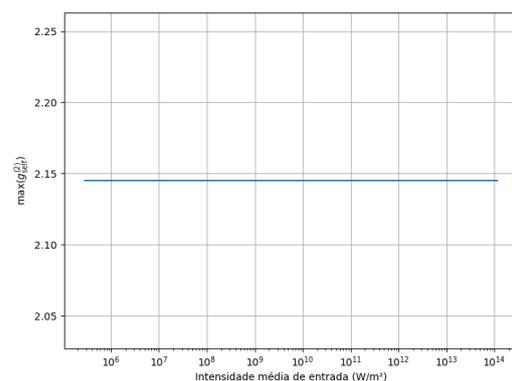
Figura 20: Máximo da autocorrelação na imagem formada no final da célula em função da intensidade média de entrada para uma propagação com absorção linear com um padrão de *speckles* gerado a partir de uma:

(a) Entrada Gaussiana



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

(b) Entrada *Top-Hat*



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Dado que a absorção linear preserva as relações relativas de intensidade entre os *speckles* (atenuando todos igualmente de forma proporcional), a estatística do padrão permanece inalterada, o que justifica a constância da função de autocorrelação. Em outras palavras, o meio atua como um filtro de energia, mas não altera a estrutura espacial estatística do campo.

O fato de os gráficos permanecerem constantes demonstra que a absorção linear não é sensível à intensidade média no que se refere à estrutura de segunda ordem. Isso reforça a noção de que os efeitos observáveis nas estatísticas do campo óptico só surgem de maneira significativa quando há não-linearidades ópticas (como absorção saturável ou efeito Kerr), ou quando o padrão de *speckles* sofre alterações estruturais ao longo da propagação.

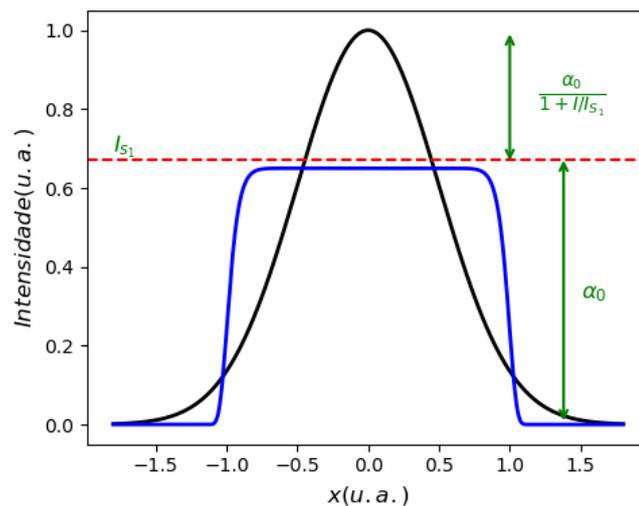
Como o tamanho médio dos grãos de *speckles* é determinado pela distribuição angular das componentes transversais de onda, a absorção linear, por não modificar essa distribuição, não altera a escala espacial das flutuações de intensidade. Ou seja, o padrão de *speckles* mantém sua estrutura estatística ao longo da propagação, com os grãos preservando sua dimensão característica.

A principal consequência da absorção linear é, portanto, a redução da intensidade média do campo, o que pode influenciar o contraste detectado experimentalmente, mas sem impactar o tamanho dos grãos. A constância de $g_{self}^{(2)}$ em diferentes regimes de intensidade serve, portanto, como uma linha de base experimental e teórica, contra a qual os demais regimes físicos podem ser comparados. Tal análise destaca a robustez estatística do padrão de *speckles* frente a mecanismos puramente lineares de atenuação e valida o modelo numérico empregado.

4.3 PROPAGAÇÃO COM ABSORÇÃO COM SATURAÇÃO DE UM FÓTON

Na Figura 21, observa-se a comparação dos perfis de intensidade das duas envoltórias e sua interação com os regimes de absorção. A absorção linear é caracterizada por um coeficiente constante α_0 , enquanto a absorção saturável é expressa pela função $\alpha(I) = \alpha_0 / (1 + I/I_{s1})$, sendo I_{s1} o limiar de intensidade no qual o processo de saturação se torna relevante. Para feixes com perfil Gaussiano, há uma transição gradual entre regiões em regime linear (nas bordas) e saturado (no centro). Já no caso do *Top-Hat*, a transição tende a ocorrer de forma coletiva em todo o perfil, dada sua quase uniformidade em intensidade.

Figura 21: Representação comparativa dos efeitos de absorção nos perfis de intensidade dos feixes Gaussiano (preto) e *Top-Hat* suave (azul). As expressões indicadas no gráfico correspondem às diferentes regiões de absorção do meio: a absorção linear é caracterizada pelo coeficiente α_0 , enquanto a absorção com saturação de um fóton é descrita pela relação $\frac{\alpha_0}{1 + I/I_{s1}}$. O parâmetro I_{s1} representa o limiar de intensidade acima do qual o processo de saturação torna-se relevante



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

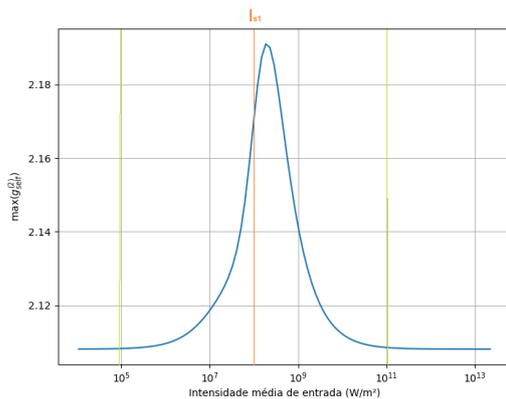
A figura 22 representa a evolução do valor máximo da função de autocorrelação de segunda ordem, $g_{\text{self}}^{(2)}$, em função da intensidade média de entrada de padrões de *speckles* propagando-se em um meio com absorção saturável de um fóton. As curvas correspondem a dois casos distintos de envoltória do feixe gerador: uma distribuição Gaussiana (Figura 22a) e uma distribuição *Top-Hat* suave (Figura 22b).

A presença de um padrão de *speckles* introduz uma modulação granular sobre essa envoltória, gerando regiões localizadas de intensidade elevada intercaladas com zonas de baixa intensidade. Essa distribuição espacial de intensidades individuais desempenha um papel essencial na resposta óptica do meio, pois cada grão de *speckles* pode interagir com o material de forma distinta, dependendo de sua intensidade local

em relação ao limiar I_{s1} . Em particular, grãos que ultrapassam esse limiar passam a experimentar absorção saturada, enquanto os demais permanecem em absorção linear.

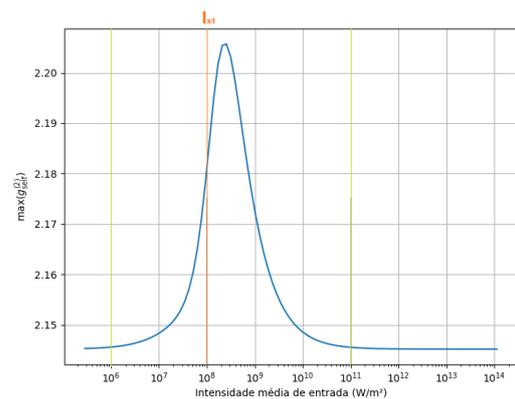
Figura 22: Máximo da autocorrelação na imagem formada no final da célula em função da intensidade média de entrada para uma propagação com absorção com saturação de um fóton com um padrão de *speckles* gerado a partir de uma:

(a) Entrada Gaussiana



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

(b) Entrada *Top-Hat*



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Esse comportamento diferencial se reflete diretamente na estrutura estatística do padrão transmitido. Em intensidades médias muito baixas, todos os *speckles* se mantêm em regime linear, e a propagação apenas atenua o campo sem modificar significativamente suas correlações espaciais. Conseqüentemente, o valor de $g_{\text{self}}^{(2)}$ permanece próximo de um valor de referência. À medida que a intensidade média do campo incidente aumenta, diferentes regiões do padrão de *speckles* experimentam a absorção de forma desigual. Isso ocorre porque a absorção saturável depende localmente da intensidade: nas regiões mais brilhantes (com maior intensidade), a absorção começa a saturar, enquanto nas regiões menos intensas a absorção permanece próxima do regime linear. Como resultado, os grãos mais intensos perdem menos energia ao atravessar o meio, enquanto os menos intensos continuam sendo fortemente atenuados. Essa assimetria acentua a diferença entre as regiões claras e escuras do padrão, aumentando o contraste de intensidade e, conseqüentemente, elevando o valor máximo da autocorrelação de segunda ordem $g_{\text{self}}^{(2)}$.

Na fase inicial da curva, esse efeito leva a um aumento progressivo de $\max(g_{\text{self}}^{(2)})$ com a intensidade média. O pico observado nas curvas marca o ponto em que essa diferenciação entre regiões saturadas e não saturadas é mais eficaz, maximizando o contraste estatístico do padrão transmitido. Entretanto, à medida que a intensidade média continua aumentando, mais regiões do padrão entram em regime de saturação, inclusive as anteriormente menos intensas. Isso reduz o diferencial de absorção entre os grãos e diminui o ganho de contraste que era observado inicialmente. Como

consequência, a função $\max(g_{\text{self}}^{(2)})$ deixa de crescer, até se estabilizar num patamar constante. Esse comportamento final reflete o esgotamento da seletividade da absorção saturável, já que todo o padrão passa a ser transmitido com perdas igualmente reduzidas.

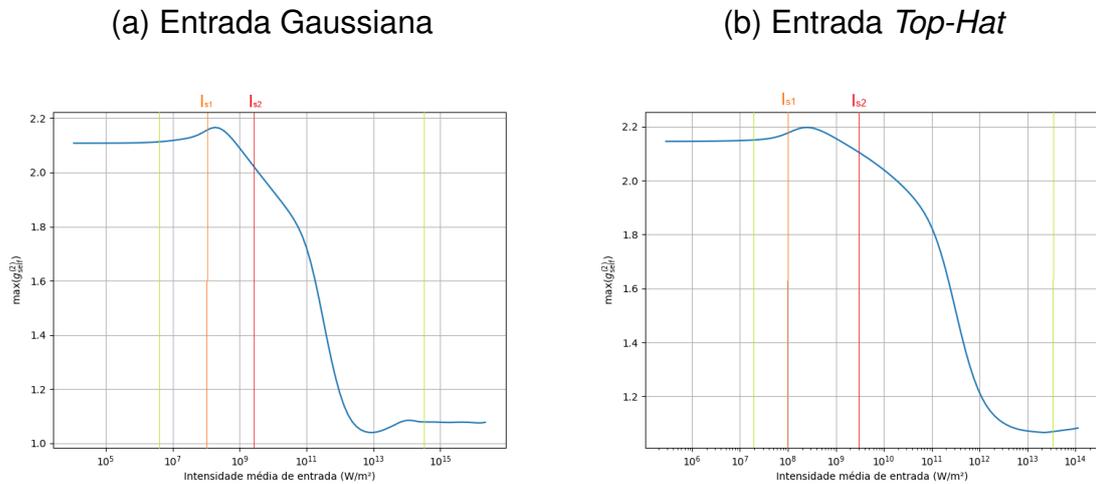
Embora as diferenças quantitativas exibidas na Figura 22 não sejam suficientemente expressivas para estabelecer uma distinção clara entre seus efeitos sobre a autocorrelação, é possível interpretar qualitativamente o papel da envoltória na modulação do padrão transmitido. No caso do feixe Gaussiano, a envoltória distribui mais energia na região central do feixe, o que contribui para acentuar ainda mais os grãos intensos do padrão de *speckles*. Dessa forma, o aumento de contraste observado resulta da ação combinada das flutuações estatísticas do *speckle* com a modulação imposta pela própria envoltória.

Já no caso do feixe de entrada *Top-Hat*, a envoltória é aproximadamente constante ao longo da seção transversal, de modo que a distribuição espacial da intensidade depende exclusivamente das variações locais introduzidas pelo padrão de *speckles*. Assim, o contraste observado no padrão transmitido provém apenas dessas flutuações aleatórias, sem influência adicional da envoltória. Essa distinção conceitual ajuda a interpretar os comportamentos observados nas curvas de autocorrelação, ainda que as diferenças quantitativas entre os dois casos sejam pouco significativas.

4.4 PROPAGAÇÃO COM ABSORÇÃO DE DOIS FÓTONS

As Figuras 23a e 23b apresentam a evolução do valor máximo da função de autocorrelação de segunda ordem, $g_{\text{self}}^{(2)}$, em função da intensidade média do padrão de *speckles* de entrada para os casos de envoltória Gaussiana e *Top-Hat* suave, respectivamente. O meio em questão apresenta três mecanismos distintos de absorção: a absorção linear, dominante em baixas intensidades; a absorção de um fóton com saturação, que se torna relevante em intensidades próximas ao limiar I_{s1} ; e a absorção de dois fótons, não saturável, que se torna significativa em regimes de alta intensidade.

Figura 23: Máximo da autocorrelação na imagem formada no final da célula em função da intensidade média de entrada para uma propagação com absorção de dois fótons com um padrão de *speckles* gerado a partir de uma:



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Para intensidades médias muito baixas comparadas com I_{s1} , o sistema opera sob absorção linear. Nesse regime, a atenuação do feixe é uniforme, não seletiva, e o padrão de *speckles* se propaga sem distorções relevantes na sua estrutura estatística. Os grãos mantêm seu tamanho médio característico e o contraste do padrão é preservado, resultando num valor de $g_{\text{self}}^{(2)}$ constante.

Com o aumento da intensidade, os grãos mais intensos ultrapassam o limiar de saturação da absorção de um fóton. Nesse ponto, o sistema passa a operar sob absorção saturável de um fóton, de forma seletiva: regiões de alta intensidade (os grãos mais brilhantes) sofrem menos atenuação, enquanto as regiões de baixa intensidade continuam sendo fortemente absorvidas. Essa seletividade preserva os grãos mais intensos e aumenta o contraste do padrão transmitido, elevando a correlação espacial. O valor de $g_{\text{self}}^{(2)}$ cresce gradualmente, atingindo um máximo em torno da intensidade média em que esse efeito é mais eficaz. Essa etapa do crescimento evidencia o papel da distribuição estatística dos grãos: grãos com intensidades próximas ou acima de I_{s1} são realçados, enquanto os demais são suprimidos, promovendo uma reorganização espacial com maior correlação.

No entanto, à medida que a intensidade continua a aumentar, a absorção de dois fótons se torna significativa. Esse processo não saturável atua de forma linear sobre a intensidade local e penaliza fortemente os grãos mais brilhantes, justamente os responsáveis pela elevação anterior da autocorrelação, pois o coeficiente absorptivo se torna $\alpha = \frac{\alpha_0}{1 + \frac{I}{I_{s1}}} + \alpha_2 I$, aumentando fortemente a absorção dos grãos mais intensos. Como resultado, ocorre uma destruição da coerência do padrão, com isso torna-se difuso, com regiões homogêneas e baixo contraste, e o valor de $g_{\text{self}}^{(2)}$ decai rapidamente. A destruição da correlação não é gradual, pois o processo de absorção de dois fótons

age com intensidade sobre uma fração pequena, mas determinante, do campo: os grãos mais brilhantes.

No regime de absorção de dois fótons, observa-se que os resultados obtidos para os perfis de entrada Gaussiano e *Top-Hat* suave apresentam comportamentos qualitativamente semelhantes. Em ambos os casos, a função de autocorrelação apresenta uma redução progressiva com o aumento da intensidade média de entrada, refletindo a degradação do contraste estatístico do padrão de *speckles* induzida por uma absorção não-linear que cresce com a intensidade local. Essa convergência de comportamento sugere que, para este tipo de não-linearidade, o principal fator determinante é a intensidade local nos grãos do *speckle*, mais do que a modulação imposta pela envoltória do feixe. Assim, independentemente do perfil global de entrada, a dinâmica da absorção é dominada pelas regiões de maior intensidade, levando à perda seletiva de contraste de forma semelhante nos dois casos.

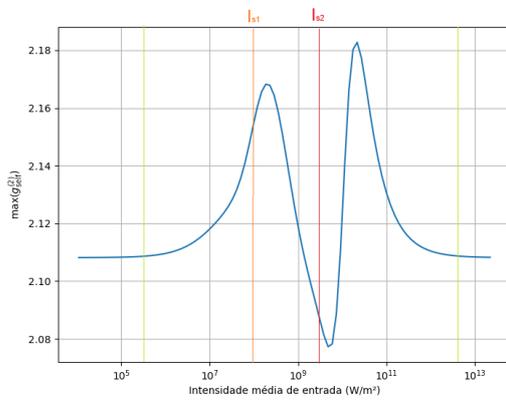
Por fim, para intensidades ainda maiores, o valor de $g_{\text{self}}^{(2)}$ se estabiliza em um patamar inferior. Nesse regime, praticamente todos os grãos de *speckles* estão sendo fortemente atenuados de forma semelhante. A resposta do meio deixa de distinguir regiões intensas ou fracas: o campo transmitido torna-se quase plano estatisticamente. A função de autocorrelação se torna essencialmente linear e perde a sensibilidade às flutuações do campo, convergindo para um valor próximo de 1. Esse limite assintótico indica a perda completa da granularidade típica do padrão de *speckles*.

4.5 PROPAGAÇÃO COM ABSORÇÃO DE DOIS FÓTONS COM SATURAÇÃO

Os gráficos apresentados mostram a evolução da função $\max(g_{\text{self}}^{(2)})$, que corresponde ao valor máximo da autocorrelação espacial de segunda ordem dos padrões de *speckles*, em função da intensidade média de entrada para dois tipos distintos de perfil de campo: gaussiano (24a) e *top-hat* (Figura 24b). A propagação ocorre em um meio óptico sujeito a quatro mecanismos de absorção: linear, com saturação de um fóton, de dois fótons e com saturação de dois fótons. Não há, neste caso, contribuição de efeitos refrativos não-lineares. Os resultados da Figura 24a mostram excelente concordância qualitativa com os dados experimentais relatados em Pereira (2023), o que valida a abordagem adotada e reforça a consistência do modelo.

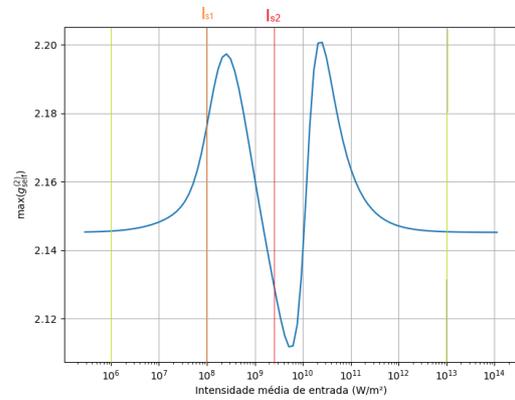
Figura 24: Máximo da autocorrelação na imagem formada no final da célula em função da intensidade média de entrada para uma propagação com absorção de dois fótons com saturação com um padrão de *speckles* gerado a partir de uma:

(a) Entrada Gaussiana



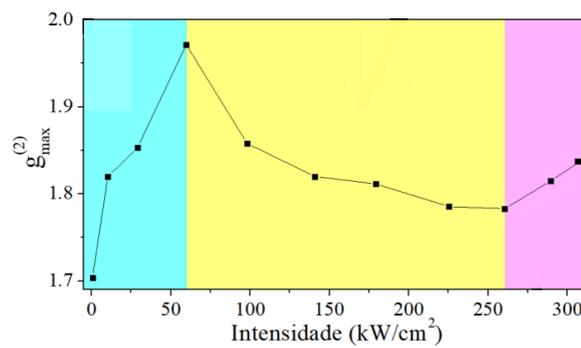
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

(b) Entrada *Top-Hat*



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

(c) Entrada Gaussiana, resultado de Pereira (2023)



Fonte: Pereira, 2023

Em baixas intensidades, o processo de absorção se mantém no regime linear. Nesse domínio, o campo de entrada é atenuado de maneira proporcional à intensidade local, sem comprometer significativamente as características estruturais do padrão de *speckles*. Como consequência, o valor da autocorrelação permanece praticamente inalterado, refletindo a preservação da morfologia granular original.

Conforme a intensidade média cresce e se aproxima do limiar característico da saturação de um fóton, o comportamento da absorção se torna não-linear. Os grãos mais intensos passam a ser menos absorvidos, enquanto as regiões mais fracas ainda operam no regime linear. Esse desequilíbrio induz um aumento do contraste local e uma maior definição nas flutuações espaciais do campo transmitido, o que se manifesta como um acréscimo na função $\max(g_{\text{self}}^{(2)})$, visível sob a forma de um primeiro pico em ambos os gráficos. Com o aumento da intensidade, as regiões mais fracas, assim como as mais intensas, começam a operar também em saturação de um fóton, causando uma diminuição no valor de $\max(g_{\text{self}}^{(2)})$ e, conseqüentemente, do contraste do padrão propagado.

No regime de absorção de dois fótons com saturação, observa-se inicialmente um crescimento da função de autocorrelação $\max(g_{\text{self}}^{(2)})$ com o aumento da intensidade média do feixe incidente. Esse comportamento está associado ao início do regime de saturação, que atua primeiro nas regiões mais intensas do padrão de *speckles*. Nessas regiões, a absorção deixa de crescer quadraticamente com a intensidade, permitindo que os grãos mais brilhantes sejam parcialmente preservados. Enquanto isso, os grãos menos intensos continuam sendo fortemente atenuados, pois ainda não atingiram o limiar de saturação. Esse desequilíbrio entre diferentes regiões do padrão resulta em um aumento do contraste e, portanto, eleva o valor de $\max(g_{\text{self}}^{(2)})$.

No entanto, à medida que a intensidade média continua aumentando, a saturação se torna efetiva em praticamente todo o campo, incluindo os grãos menos intensos, o que, semelhante ao que foi visto na absorção de um fóton, diminui o valor de $\max(g_{\text{self}}^{(2)})$. A absorção passa então a ser reduzida de forma quase uniforme em toda a seção transversal, o que diminui a diferenciação entre grãos e estabiliza o contraste global do padrão transmitido. Como consequência, a curva de $\max(g_{\text{self}}^{(2)})$ se aproxima de um nível constante, indicando o esgotamento da seletividade introduzida pela saturação.

No caso da absorção de dois fótons com saturação, os perfis Gaussiano e *Top-Hat* suave também conduzem a curvas de autocorrelação com forma qualitativamente similar. Ambos exibem um crescimento inicial de $\max(g_{\text{self}}^{(2)})$ seguido de um platô ou leve decréscimo, o que indica que a saturação modula o efeito da absorção de forma semelhante para os dois perfis. Isso reforça a ideia de que, nesse regime, o comportamento coletivo dos grãos de *speckles* é governado principalmente pela distribuição estatística da intensidade local, e não por variações lentas da envoltória. Embora pe-

quenas diferenças possam surgir em termos da intensidade média na qual o platô é atingido, essas variações não são suficientemente marcantes para caracterizar uma distinção qualitativa entre os dois tipos de feixe de entrada.

É importante destacar que o próprio padrão de *speckles*, por ser composto de flutuações intensas de campo em escala aleatória, desempenha papel crucial nesses processos. Como cada grão de *speckles* possui intensidade própria, é a estatística local de intensidade que define quais regiões entram em saturação e quais permanecem no regime linear. Esse aspecto local e probabilístico do padrão é o que permite que processos de absorção saturável, tanto de um quanto de dois fótons, produzam respostas ópticas não triviais e fortemente moduladas, como as curvas de autocorrelação observadas.

5 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

A propagação de padrões de *speckles* em meios ópticos não-lineares, tema central desta dissertação, constitui uma das fronteiras conceituais e aplicadas da óptica moderna, sobretudo no que tange à compreensão de fenômenos estatísticos emergentes em campos coerentes desordenados. A partir de uma abordagem numérica fundamentada na equação paraxial de propagação e resolvida via método *Split-Step*, investigou-se a influência de regimes de absorção linear, absorção saturável de um fóton, absorção de dois fótons e absorção saturável de dois fótons sobre a evolução da função de autocorrelação de segunda ordem $g^{(2)}$ de padrões de *speckles* propagados.

A contribuição principal deste trabalho está na articulação quantitativa entre os aspectos estatísticos dos padrões e os mecanismos físicos subjacentes à absorção óptica, preenchendo uma lacuna entre estudos experimentais isolados e modelos teóricos com baixa resolutividade espacial.

A principal contribuição deste trabalho reside na consolidação de uma abordagem numérica capaz de descrever, com elevada fidelidade estatística, os efeitos de absorção e refração óptica sobre padrões de *speckles* em regimes não-lineares. Os resultados confirmam que a absorção saturável de um fóton conduz à formação de estruturas autocorrelacionadas mais compactas, ao passo que a absorção de dois fótons intensifica a atenuação da coerência espacial com o aumento da intensidade do campo incidente. Este comportamento, registrado numericamente, encontra respaldo experimental direto nos resultados obtidos por Pereira (2023), cuja análise em regime absorptivo demonstrou modificações sistemáticas em $g^{(2)}$ mesmo na ausência de não-linearidade refrativa, evidência corroborada neste trabalho de forma independente e mais abrangente em termos paramétricos.

Por outro lado, os resultados relativos ao regime puramente refrativo apresentaram excelente concordância qualitativa com os experimentos de (Bromberg *et al.*, 2010) que identificaram variações na autocorrelação dos padrões de *speckles* provocadas exclusivamente por não-linearidades no índice de refração. As simulações aqui conduzidas mostraram a linearidade da evolução crescente ($n_{2I} > 0$), denotando um processo de autofocalização e de evolução decrescente ($n_{2I} < 0$), onde pudemos observar um processo de autodesfocalização.

A análise comparativa entre os perfis de entrada Gaussiano e *Top-Hat* suavizado indicou que, embora a distribuição da envoltória seja distinta entre os dois casos, os resultados obtidos para as métricas estatísticas do padrão transmitido se mantêm qualitativamente semelhantes ao longo dos diferentes regimes de absorção analisados. Essa semelhança, no entanto, ocorre por mecanismos distintos: no caso *Top-Hat*, onde a envoltória apresenta intensidade praticamente constante, os efeitos observa-

dos decorrem exclusivamente da estrutura estatística do padrão de *speckles*. Já no perfil Gaussiano, além da contribuição dos *speckles*, a própria envoltória desempenha um papel relevante ao distribuir a intensidade na região central do feixe, o que reforça os grãos mais intensos e colabora para o aumento do contraste. Dessa forma, a modulação imposta pela envoltória Gaussiana atua de maneira complementar à estrutura dos *speckles*, contribuindo para que os efeitos finais observados nesse caso se tornem comparáveis aos do feixe com perfil *Top-Hat*.

Do ponto de vista conceitual, esta dissertação consolida uma ponte entre abordagens teóricas e resultados experimentais, oferecendo uma modelagem robusta, reprodutível e extensível a outras configurações ópticas. Os resultados obtidos têm implicações diretas em áreas como imageamento óptico em meios difusos, controle estatístico de campos coerentes, metrologia baseada em *speckles* e caracterização não invasiva de materiais com resposta não-linear.

Como desdobramento futuro, propõe-se a análise e caracterização da propagação de padrões de *speckles* em meios que exibem efeitos de absorção induzida eletromagneticamente (EIA) ou transparência induzida eletromagneticamente (EIT). Esses sistemas, típicos de materiais atômicos com estrutura de níveis apropriada, permitem controle fino das propriedades ópticas, como índice de refração e coeficientes de absorção, por meio de campos de bombeamento externos, possibilitando a manipulação coerente da interação luz-matéria.

Em meios com EIT, por exemplo, é possível suprimir a absorção em determinadas bandas espectrais enquanto se introduz uma dispersão anômala altamente controlada. Isso pode gerar regimes de propagação singularmente sensíveis às estatísticas espaciais do campo incidente, afetando diretamente a evolução dos padrões de *speckles*. Já os meios EIA, ao contrário, apresentam reforço da absorção em determinadas condições ressonantes, o que pode induzir mecanismos de filtragem ou supressão seletiva de componentes espaciais dos padrões desordenados.

A modelagem da propagação nesses meios exigirá a incorporação explícita da dependência do índice de refração e da absorção em função de parâmetros externos, como intensidade e frequência dos campos de controle. Além disso, o formalismo deverá incluir a possibilidade de regimes de transparência coerente ou bloqueios absorptivos abruptos, o que desafia as aproximações usuais da óptica não-linear local.

Do ponto de vista experimental e fenomenológico, investigar a propagação de *speckles* em contextos EIA/EIT pode abrir caminho para novas estratégias de manipulação estatística da luz, com aplicações potenciais em protocolos de imagem de super-resolução, memórias ópticas coerentes, e até mesmo no estudo de analogias óptico-quânticas em meios clássicos. Ademais, estender o presente estudo para outros tipos de meios não-lineares — incluindo meios com não-linearidades não locais, óptica de ganho, ou estruturas fotônicas reconfiguráveis — permitiria explorar um le-

que mais amplo de fenômenos, ampliando substancialmente o escopo da compreensão atual sobre propagação de campos desordenados em ambientes complexos.

REFERÊNCIAS

AGRAWAL, G. P. **Nonlinear Fiber Optics**. 5. ed. San Diego: Academic Press, 2013. ISBN 9780123970236.

AZARMEHR, H. *et al.* An optimisation-based iterative approach for speckle tracking echocardiography. **Ultrasound in Medicine & Biology**, Elsevier, v. 46, p. 1816–1827, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ultrasmedbio.2020.03.006>. Disponível em: [https://www.umbjournal.org/article/S0301-5629\(20\)30122-8/abstract](https://www.umbjournal.org/article/S0301-5629(20)30122-8/abstract). Acesso em: 12 fev. 2025.

BONSE, J. *et al.* Femtosecond laser ablation of silicon—modification thresholds and morphology. **Applied Physics A**, v. 74, p. 19–25, 2002. DOI: <https://doi.org/10.1007/s003390100944>. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s003390100893>. Acesso em: 25 jul. 2024.

BORN, M.; WOLF, E. **Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light**. 7. ed. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1999. ISBN 0-521-64222-1.

BOYD, R. W. **Nonlinear Optics**. 3. ed. San Diego: Academic Press, 2008. ISBN 9780123694706.

BROMBERG, Y. *et al.* Hanbury Brown and Twiss interferometry with interacting photons. **Nature Photonics**, Nature Publishing Group UK London, v. 4, p. 721–726, 2010. DOI: <https://doi.org/10.1038/nphoton.2010.195>. Disponível em: <https://www.nature.com/articles/nphoton.2010.195>. Acesso em: 22 dec. 2024.

CHUNG, P.; KIM, T. Beam propagation in inhomogeneous media. *In*: POON, T.C.; KIM, T. **Engineering Optics with MATLAB**. Singapore: World Scientific, 2011. p. 134–148. ISBN 9789814304698.

DAINTY, J. C. **Laser Speckle and Related Phenomena**. 2. ed. Berlin, Heidelberg: Springer, 1984. v. 9. (Topics in Applied Physics, v. 9). ISBN 9783540114036.

FREUND, I. Looking through walls and around corners. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 168, p. 49–65, 1990. DOI: [https://doi.org/10.1016/0378-4371\(90\)90357-X](https://doi.org/10.1016/0378-4371(90)90357-X). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/037843719090357X>. Acesso em: 14 mar. 2024.

GOODMAN, J. W. **Speckle Phenomena in Optics: Theory and Applications**. 2. ed. Bellingham, WA, USA: SPIE Press, 2020. ISBN 9781510631489.

GU, B.; WANG, H. Theoretical study of saturable Kerr nonlinearity using top-hat beam Z-scan technique. **Optics Communications**, Elsevier, v. 263, p. 322–328, 2006. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2006.01.053>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0030401806001106?via>. Acesso em: 24 fev. 2025.

- HSU, C. W. *et al.* Correlation-enhanced control of wave focusing in disordered media. **Nature Physics**, Nature Publishing Group, v. 13, p. 497–502, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1038/nphys4036>. Disponível em: <https://www.nature.com/articles/nphys4036>. Acesso em: 03 oct. 2024.
- KHAN, A. R. *et al.* Optical harmonic generation in 2D materials. **Advanced Functional Materials**, Wiley Online Library, v. 32, 2022. DOI: <https://doi.org/10.1002/adfm.202105259>. Disponível em: <https://advanced.onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/adfm.202105259>. Acesso em: 15 apr. 2025.
- OCAS, A. **High-order nonlinearities of photonics materials: Fundamentals and applications**. 2021. 236 f. Tese (Doutorado em Física) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/25595>. Acesso em: 15 aug. 2024.
- OHTSUBO, J. The second-order statistics of speckle patterns. **Journal of Optics**, v. 12, p. 129, 1981. DOI: <https://doi.org/10.1088/0150-536X/12/2/005>. Disponível em: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0150-536X/12/2/005>. Acesso: 02 mar. 2024.
- PEREIRA, Cícera Carla de Souza. **Propagação de feixes incoerentes em meios não lineares dissipativos**. 2023. 104 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Física) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Unidade do Cabo de Santo Agostinho, Cabo de Santo Agostinho. Disponível em: <http://www.tede2.ufrpe.br:8080/tede2/handle/tede2/8923>. Acesso em: 13 apr. 2024.
- SHEIK-BAHAE, M. *et al.* Sensitive Measurement of Optical Nonlinearities Using a Single Beam. **IEEE Journal of Quantum Electronics**, v. 26, p. 760–769, 1990. DOI: <https://doi.org/10.1109/3.53394>. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/53394>. Acesso em: 26 apr. 2025.
- SHEN, Y. R. **The Principles of Nonlinear Optics**. New York: Wiley-Interscience, 1984. v. 9. ISBN 9780471873730.
- VELLEKOOP, I. M.; MOSK, A. P. Focusing coherent light through opaque strongly scattering media. **Optics Letters**, v. 32, p. 2309–2311, 2007. DOI: <https://doi.org/10.1364/OL.32.002309>. Disponível em: <https://opg.optica.org/ol/fulltext.cfm?uri=ol-32-16-2309>. Acesso em: 30 aug. 2024.
- WEISS, G. H.; MARADUDIN, A. A. The Baker-Hausdorff formula and a problem in crystal physics. **Journal of Mathematical Physics**, American Institute of Physics, v. 3, p. 771–777, 1962. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.1724280>. Disponível em: <https://pubs.aip.org/aip/jmp/article-abstract/3/4/771/227976>. Acesso em: 13 mar. 2024.
- ZHAO, W.; PALFFY-MUHORAY, P. Z-scan measurement of $\chi^{(3)}$ using top-hat beams. **Applied Physics Letters**, AIP Publishing, v. 65, p. 673–675, 1994. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.112517>. Disponível em: <https://pubs.aip.org/aip/apl/article-abstract/65/6/673/522671>. Acesso em: 17 jun. 2023.

ZHOU, F. *et al.* Perovskites: Multiphoton absorption and applications. **Advanced Optical Materials**, Wiley Online Library, v. 9, 2021. Disponível em <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/adom.202100292>. Acesso em: 21 mar. 2025.